

# **Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Bestimmung von veränderlichen Blasengrößen und Blasengrößenverteilungen in turbulenten Gas-Flüssigkeits-Strömungen**

Vom Fachbereich Maschinenbau  
an der Technischen Universität Darmstadt  
zur  
Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte

Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Oliver Gnotke

aus Düsseldorf

Berichterstatter:	Prof. Dr. rer. nat. Ralf Loth
Mitberichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Manfred J. Hampe
Tag der Einreichung:	30. April 2004
Tag der mündlichen Prüfung:	7. Juli 2004

Berichte aus der Verfahrenstechnik

**Oliver Gnotke**

**Experimentelle und theoretische Untersuchungen  
zur Bestimmung von veränderlichen Blasengrößen  
und Blasengrößenverteilungen in turbulenten  
Gas-Flüssigkeits-Strömungen**

D 17 (Diss. TU Darmstadt)

Shaker Verlag  
Aachen 2005

### **Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Zugl.: Darmstadt, Techn. Univ., Diss., 2004

Copyright Shaker Verlag 2005

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8322-3534-5  
ISSN 0945-1021

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen  
Telefon: 02407 / 95 96-0 • Telefax: 02407 / 95 96-9  
Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • eMail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Energietechnik und Reaktoranlagen im Fachbereich Maschinenbau der Technischen Universität Darmstadt.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. Ralf Loth, dem Leiter des Fachgebiets, gilt mein besonderer Dank für die wissenschaftliche Betreuung und Unterstützung der Arbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Manfred J. Hampe, dem Leiter des Fachgebiets Thermische Verfahrenstechnik, danke ich für die freundliche Übernahme des Korreferats.

Meinen langjährigen Kollegen Roland Jeschke, Torsten Schmidt und Harald Benk danke ich für die freundschaftliche Zusammenarbeit und fachlichen Diskussionen.

Mein besonderer Dank geht an Frau H. Lasser, der Sekretärin am Fachgebiet, für ihre Freundlichkeit und Hilfsbereitschaft, Herrn K. Servaty für fundierte Unterstützung in allen Computerfragen und Herrn S. Frank für die tatkräftige Mithilfe bei den umfangreichen experimentellen Untersuchungen.

Herrn F. Grundl und seinen Mitarbeitern der mechanischen Werkstatt danke ich für die stets schnelle und akkurate Konstruktion, Fertigung und den Aufbau der Versuchsanlagen. Herrn F. Becker von der Elektronikwerkstatt danke ich für die vielen Hilfestellungen im Bereich der Elektro- und Messtechnik, die er mir mit seinem umfassenden Fachwissen leistete.

Weiterhin bedanke ich mich bei allen Studien- und Diplomarbeitern, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. In zeitlicher Reihenfolge sind dies: Thomas Köhler, Thorsten Dinter, Karen Fischer, Daniel Müller, Efsthios Triantafillidis, Andreas Schmidt, Jerome Rigobert und Alexander Seitz. Herrn Metodi Aleksandrov, der lange als studentische Hilfskraft am Fachgebiet tätig war, danke ich für seinen Fleiss und Einsatz bei der Unterstützung der Messungen.

Meiner Lebenspartnerin Britta Schwemin danke ich für Unterstützung und aufbauende Worte, die mir auch über schwierige Phasen während meiner Arbeit hinweghalfen.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) danke ich für die finanzielle Unterstützung im Rahmen des Projektes Lo 531/6-1 + 6-2, wodurch viele der Untersuchungen, insbesondere die Hochgeschwindigkeitsvideoaufnahmen, erst möglich wurden. Der in diesem Rahmen zustande gekommene Kontakt zum Schwerpunktprogramm „Analyse, Modellbildung und Berechnung von mehrphasigen Strömungen“ unter der Koordination von Prof. Sommerfeld, Halle, brachte zahlreiche fachliche Kontakte, die sehr hilfreiche Impulse für die Projektdurchführung gaben.

Darmstadt, 30. April 2004

Oliver Gnotke

Nomenklatur .....	V
1. Einleitung.....	1
2. Stand der Forschung.....	3
2.1 Bedeutung der Blasengrößenverteilung bei der Modellierung von turbulenten, dispersen Zweiphasenströmungen.....	3
2.1.1 Euler/Euler-Methode.....	3
2.1.2 Euler/Lagrange-Methode.....	7
2.1.3 Bedeutung des Gasvolumenanteils und der Blasengrößenverteilung bei der Turbulenzbeschreibung der kontinuierlichen Phase.....	8
2.2 Charakterisierung der Blasengrößenverteilung.....	11
2.2.1 Häufigkeitsverteilung, Verteilungsdichte und Anzahldichteverteilung.....	11
2.2.2 Statistische Momente als integrale Kenngrößen der Größenverteilung .....	12
2.2.3 Verteilungsgesetze.....	13
2.3 Charakterisierung von Blasenformen.....	14
2.4 Die lokale Blasengrößenverteilung beeinflussende Mechanismen.....	15
2.4.1 Blasenentstehung.....	16
2.4.2 Koaleszenz.....	18
2.4.3 Blasenzerfall in turbulenten Strömungen .....	20
2.4.4 Transport.....	21
2.5 Theoretische Bestimmungsmöglichkeit der Blasengröße.....	23
2.5.1 Berechnung der Primärblasengrößen an der Eindüsung .....	23
2.5.2 Empirische Korrelationen auf Basis von dimensionslosen Kennzahlen zur Bestimmung des mittleren Blasendurchmessers für bestimmte Apparateformen.....	25
2.6 Populationsbilanzen zur Berechnung der veränderlichen Anzahldichte- verteilungsfunktion .....	25
2.6.1 Koaleszenzquellterme .....	26
2.6.2 Zerfallsquellterme .....	27
2.6.3 Lösungsmethoden für die Populationsbilanz .....	28
2.7 Messverfahren zur Bestimmung von relevanten Strömungsparametern in Gas- Flüssigkeits-Strömungen.....	30
2.7.1 Mittlere Phasengeschwindigkeiten und Turbulenz .....	30
2.7.2 Blasengrößenverteilung.....	31
2.7.3 Gasgehalt.....	32
2.8 Zielsetzung der Arbeit.....	33
3. Versuchsaufbau und Messtechnik zu den experimentellen Untersuchungen .....	35
3.1 Grundüberlegungen und Vorgehensweise.....	35
3.2 Messkonzept.....	36
3.3 Aufbau des Versuchsstandes .....	37
3.3.1 Untersuchungen in vertikalem 90-mm-Strömungsrohr.....	38
3.3.2 Untersuchungen in vertikalem 50-mm-Strömungsrohr.....	40
3.3.3 Untersuchungen in Rohrstrecke mit statischem Mischer.....	43
3.4 Hochgeschwindigkeitskamerasystem .....	44
3.4.1 Aufbau des Bildaufnahmesystems .....	44
3.4.2 Digitale Bildverarbeitung .....	46
3.4.3 Fehlerbetrachtung der digitalen Bildverarbeitung.....	52
3.5 Heissfilmsonden.....	54
3.5.1 Kalibration.....	55
3.5.2 Blasenselektion.....	56
3.5.3 Signalauswertung .....	56
3.5.4 Spektrale Turbulenzstruktur .....	57
3.5.5 Integrale Turbulenzgrößen .....	57
3.5.6 Fehlerbetrachtung bei Messungen mit Heißfilmsonden.....	58

3.6	Faseroptische Sonden .....	59
3.6.1	Signalauswertung .....	59
3.6.2	Transformation von Sehnenlängenverteilungen in Anzahldichteverteilungen .....	60
3.6.3	Fehlerabschätzung bei Messungen mit faseroptischen Sonden .....	63
3.7	Druckmessung .....	67
4.	Messergebnisse und Auswertung .....	69
4.1	Untersuchung der Blasenbildung bei verschiedenen Eindüsekfigurationen und Bestimmung der Primärblasengröße.....	69
4.1.1	Einfluss des Eindüseröhrchendurchmessers auf die Primärblasengröße .....	69
4.1.2	Einfluss der überlagerten Flüssigkeitsgeschwindigkeit auf die Primärblasengröße .....	70
4.1.3	Einfluss der Eindüsegeometrie auf die Primärblasengröße .....	72
4.1.4	Beobachtungen zum Einfluss von Koaleszenz und Zerfall beim Strahlgasen .....	72
4.2	Untersuchung der Einzelprozesse Koaleszenz und Zerfall in Blasenströmungen geringen Gasgehalts .....	74
4.2.1	Koaleszenz .....	74
4.2.2	Zerfall .....	79
4.3	Messung der räumlichen Entwicklung zeitgemittelter Strömungsparameter in einem 90-mm-Rohr.....	83
4.3.1	Strömungsrandbedingungen.....	83
4.3.2	Primärblasenbildung .....	83
4.3.3	Axialer Druckverlauf .....	84
4.3.4	Turbulenz der einphasigen Strömung .....	85
4.3.5	Mittlere Geschwindigkeit der Zweiphasenströmung .....	87
4.3.6	Turbulenz der zweiphasigen Strömung.....	88
4.3.7	Aufstellung einer Korrelation zur Berechnung der blaseninduzierten Turbulenz .....	93
4.3.8	Axiale Entwicklung der Gasgehaltsprofile .....	95
4.3.9	Entwicklung der Profile der mittleren Sehnenlänge .....	96
4.3.10	Entwicklung der querschnittsgemittelten Anzahldichte .....	100
4.3.11	Fehlerbetrachtung.....	101
4.4	Messung der räumlichen Entwicklung der querschnittsgemittelten, zeitgemittelten Strömungsparameter 50-mm-Rohr .....	101
4.4.1	Strömungsrandbedingungen.....	102
4.4.2	Flüssigkeitsturbulenz .....	102
4.4.3	Gasgehalt.....	103
4.4.4	Entwicklung der Anzahldichteverteilungsfunktion (ADV) .....	105
4.4.5	Mittleres Blasenvolumen .....	108
4.4.6	Grenzflächenkonzentration .....	110
4.4.7	Fehlerbetrachtung.....	111
4.5	Messungen in einer Rohrströmung mit statischem Mischer.....	111
4.5.1	Strömungsentwicklung.....	113
5.	Validierung einer Momentenmethode für charakteristische Blasengrößenparameter .....	115
5.1	Formulierung der Momentenmethode zur Lösung der Populationsbilanz .....	115
5.1.1	Darstellung der Populationsbilanzgleichungen mit einer Momentenmethode .....	115
5.1.2	Vorgehensweise zur Lösung der Momentenmethode.....	116
5.1.3	Bestimmung der statistischen Momente für die Eintrittsverteilung.....	116
5.1.4	Berechnung der Kernel in den Quelltermen der Momentengleichungen.....	117
5.1.5	Momentengeschwindigkeiten .....	119
5.1.6	Neuberechnung der Momente .....	120
5.1.7	Darstellung der Koaleszenz- und Zerfallskernel als Funktion von statistischen Blasengrößenparametern und der turbulenten Dissipationsrate.....	121
5.2	Vergleich berechneter Blasenanzahldichten und Blasendurchmesser mit experimentell bestimmten Werten .....	123

---

5.2.1	90-mm-Strömungsrohr .....	123
5.2.2	50 mm Rohr .....	124
5.2.3	Statischer Mischer .....	126
5.3	Analytische Lösung der eindimensionalen Erhaltungsgleichung für die Gesamtanzahldichte .....	127
5.4	Diskussion der Momentenmethode .....	129
5.5	Überprüfung von Korrelationen zur Berechnung der Primärblasengröße .....	129
5.5.1	Bewegungsgleichung nach Chuang und Goldschmidt .....	129
5.5.2	Erweiterte Berechnungsvorschrift nach van Krevelen und Hofstijzer .....	130
5.5.3	Vergleich von gemessenen mit berechneten Primärblasengrößen .....	130
6	Anwendungsbeispiele .....	135
6.1	Betrachtung des sekundären Strahlzerfalls durch numerische Berechnung des Düsennahbereichs .....	135
6.1.1	Randbedingungen der numerischen Berechnung .....	135
6.1.2	Ergebnisse .....	137
6.2	Änderung der lokalen Blasengrößenverteilung durch unterschiedliche Blasenaufstiegsgeschwindigkeit verschieden großer Blasen .....	138
6.3	Untersuchung zum Einfluss von Natriumsulfat und eines Tensids auf die Blasengrößenverteilung in einem Strömungsrohr .....	139
6.4	Aufstellung von Kriterien zur Überprüfung des Einflusses von Koaleszenz und Zerfall .....	141
7.	Zusammenfassung und Ausblick .....	145
8.	Literaturverzeichnis .....	149
9.	Anhang .....	155





# Nomenklatur

## Lateinische Buchstaben

Symbol	Bezeichnung	Einheit
$A$	Fläche	$[m^2]$
$a_i$	volumenbezogene Phasengrenzfläche	$[m^2 m^{-3}]$
$A_{koll}$	Kollisionsquerschnitt von zwei Blasen	$[m^2]$
$b$	Achsenlängenverhältnis $r_E/R_E$ einer oblat sphäroiden Blase	$[-]$
$B$	Birth-Term	$[m^{-6} s^{-1}]$
$C$	Konstante	$[-]$
$C_D$	Widerstandsbeiwert	$[-]$
$c_f$	Oberflächenverhältnis beim Blasenzerfall	$[-]$
$C_L$	Lift-Koeffizient	$[-]$
$C_{VM}$	Virtuelle-Masse-Koeffizient	$[-]$
$\bar{d}$	Mittlerer Blasendurchmesser (Anzahlgemittelt)	$[m]$
$d$	Blasendurchmesser	$[m]$
$D$	Durchmesser des Strömungsrohres	$[m]$
$d_{eq}$	Volumenäquivalenter mittlerer Blasendurchmesser	$[m]$
$D_h$	Hydraulischer Durchmesser	$[m]$
$d_i$	Innendurchmesser Eindüseröhrchen	$[m]$
$D$	Death-Term	$[m^{-6} s^{-1}]$
$d_s$	Sauter-Durchmesser	$[m]$
$E$	Anemometerspannung	$[V]$
$E_\lambda$	Wirbelenergie	$[J]$
$E_\sigma$	Oberflächenenergie	$[J]$
$E_{xx}(k)$	Spektrale Energiedichte bezgl. der Wellenzahl	$[m^3 s^{-2}]$
$f$	Frequenzen im turbulenten Energiespektrum	$[s^{-1}]$
$F$	Kraft	$[N]$
$f(v)$	Anzahldichteverteilungsfunktion (ADV)	$[m^{-6}]$
$f_B$	Blasenbildungsfrequenz	$[s^{-1}]$
$g$	Erdbeschleunigung	$[ms^{-2}]$
$G$	Grauwertmenge	$[-]$
$h$	Geodätische Höhe	$[m]$
$H$	Matrix einer Maske	$[-]$
$h(d)$	Rel. Häufigkeitsverteilung der Blasendurchmesser	$[-]$
$h(x,y)$	Grauwert eines Bildpunktes einer Maske an Pos. x,y	$[-]$
$\vec{I}$	Einheitstensor	$[-]$
$j_G$	Gas-Leerrohrgeschwindigkeit	$[ms^{-1}]$
$j_L$	Flüssigkeits-Leerrohrgeschwindigkeit	$[ms^{-1}]$
$k$	Turbulente kinetische Energie	$[m^2 s^{-2}]$
$k$	Wellenzahl	$[m^{-1}]$
$L$	Rohrlänge	$[m]$
$m_k$	k-tes statistisches Moment der Blasenanzahldichteverteilungsf.	

$m_{k,R}$	k-tes statistisches Moment der Blasenradienverteilungsfkt.	
$M_{k,i}$	Impulstransfer an der Phasengrenzfläche	$[kgm^{-2}s^{-2}]$
$M_{k,w}$	Impulstransfer an festen Wänden	$[kgm^{-2}s^{-2}]$
$n(\lambda)$	Anzahldichte für Wirbel mit Durchmesser $\lambda$	$[m^{-4}]$
$N_C$	Dimensionsloses Vorkammervolumen	$[-]$
$n_{ges}$	Gesamt-Blasenanzahldichte	$[m^{-3}]$
$n_w$	Gesamt-Wirbelanzahldichte	$[m^{-3}]$
$p$	Druck	$[Pa]$
$p(d)$	Häufigkeitsdichteverteilung der Blasendurchmesser	$[m^{-1}]$
$p(R)$	Häufigkeitsdichteverteilung der Blasenradien	$[m^{-1}]$
$p(v)$	Häufigkeitsdichteverteilung der Blasenvolumina	$[m^{-3}]$
$q$	Parameter der Gamma-Verteilung	$[-]$
$Q_0$	Gasvolumenstrom durch Düse	$[m^3s^{-1}]$
$\bar{R}$	Mittlerer Blasenradius (Anzahlgemittelt)	$[m]$
$r$	radiale Koordinate	$[m]$
$R$	Radius des Strömungsrohres	$[m]$
$R$	Radius einer kugelförmigen Blase	$[m]$
$r_E$	Kürzere Halbachse eines Rotationsellipsoids	$[m]$
$R_E$	Längere Halbachse eines Rotationsellipsoids	$[m]$
$R_p$	Parameter der log-Normalverteilung	$[m]$
$s$	Blasen-Sehnenlänge	$[m]$
$S$	Bildmatrix	$[-]$
$S$	Schlupf	$[-]$
$S(v)$	Quellterme der Populationsbilanz	$[m^{-6}s^{-1}]$
$s(x,y)$	Grauwert eines Bildpunktes an Pos. x,y	$[-]$
$t$	Zeit	$[s]$
$T$	Temperatur	$[K]$
$T_{sat}$	Sättigungstemperatur	$[K]$
$Tu$	Turbulenzgrad	$[\%]$
$u,v,w$	Geschwindigkeitskomponenten in x,y,z-Richtung	$[ms^{-1}]$
$u',v',w'$	Mittlere (root-mean-square) turbulente Schwankungsgeschwindigkeiten der Flüssigphase	$[ms^{-1}]$
$u_D$	Gasgeschwindigkeit in Düse	$[ms^{-1}]$
$\bar{u}_k$	Mittlere Geschwindigkeit der Phase k	$[ms^{-1}]$
$u_k$	Momentengeschwindigkeit des k-ten Moments	$[ms^{-1}]$
$\bar{u}_{rel}$	Mittlere Relativgeschwindigkeit zwischen Gas- und Flüssigphase	$[ms^{-1}]$
$u'_{rel}$	Mittlere Relativgeschwindigkeit zwischen Blasen	$[ms^{-1}]$
$\vec{v}$	Geschwindigkeitsvektor	$[ms^{-1}]$
$\vec{v}_{k,i}$	Stoffübergangsgeschwindigkeit	$[ms^{-1}]$
$\bar{v}$	Mittleres Blasenvolumen	$[m^3]$
$v$	Blasenvolumen	$[m^3]$

$\dot{V}$	Volumenstrom	$[m^3 s^{-1}]$
$V$	Freies Volumen im Mischer	$[m^3]$
$V_C$	Vorkammervolumen	$[m^3]$
$V_{eff}$	Effektive Anströmgeschwindigkeit eines Heißfilmsensors	$[ms^{-1}]$
$w_s$	Stationäre Blasensteiggeschwindigkeit	$[ms^{-1}]$
$x$	Koordinate in Strömungsrichtung	$[m]$
$\vec{x}$	Ortsvektor	$[m]$
$x,y,z$	Raumfeste Koordinatenrichtungen	$[m]$
$y$	Gemessene Sehnenlänge	$[m]$

### Griechische Buchstaben

Symbol	Bezeichnung	Einheit
$\alpha$	Anströmwinkel eines Heißfilmsensors	$[^\circ]$
$\alpha$	Wärmeübergangskoeffizient	$[Wm^{-2}K^{-1}]$
$\beta$	Kollisionswinkel zwischen zwei Blasen	$[^\circ]$
$\chi$	Testgröße beim Chi-Quadrat-Test	$[-]$
$\Delta h_v$	Verdampfungsenthalpie	$[kJkg^{-1}]$
$\Delta p$	Druckverlust über Mischer	$[Pa]$
$\varepsilon_{BI}$	Blaseninduzierte Dissipationsrate kont. Phase	$[m^2 s^{-3}]$
$\varepsilon_k$	Volumetrischer Phasenanteil der Phase k	$[-]$
$\varepsilon_{SI}$	Scherinduzierte Dissipationsrate kont. Phase	$[m^2 s^{-3}]$
$\varepsilon_t$	Dissipationsrate der turb. kinetischen Energie der kont. Phase	$[m^2 s^{-3}]$
$\varepsilon_{Deform}$	Dissipationsrate durch Oberflächendeformation der Blase	$[m^2 s^{-3}]$
$\Gamma(q)$	Gamma-Funktion	$[-]$
$\Gamma_k$	Spez. Massenübergangsrate an der Phasengrenze	$[kgm^{-3}s^{-1}]$
$\eta$	Dynamische Viskosität	$[kgm^{-1}s^{-1}]$
$\eta_K$	Koaleszenzeffizienz	$[-]$
$\eta_Z$	Zerfallseffizienz	$[-]$
$\lambda$	Parameter der Gamma-Verteilung	$[m^{-1}]$
$\lambda$	Charakteristischer Wirbeldurchmesser	$[m]$
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	$[Wm^{-1}K^{-1}]$
$\Lambda_i$	Turb. Makrolänge in Koordinatenrichtung i	$[m]$
$\mu$	Massenstrom pro Flächeneinheit über Phasengrenze	$[kgm^{-2}s^{-1}]$
$\nu$	Kinematische Viskosität	$[m^2 s^{-1}]$
$\rho_k$	Dichte der Phase k	$[kgm^{-3}]$
$\rho_M$	Gemischdichte	$[kgm^{-3}]$
$\sigma$	Oberflächenspannung	$[Nm^{-1}]$
$\sigma'$	Parameter der log-Normalverteilung	$[-]$
$\sigma_d$	Standardabweichung der Blasendurchmesserverteilung	$[m]$
$\sigma_R$	Standardabweichung der Blasenradienverteilung	$[m]$
$\sigma_V$	Standardabweichung der Blasenvolumenverteilung	$[m]$
$\vec{\tau}$	Schubspannungstensor	$[Nm^{-2}]$

$\tau$	Verweilzeit, Laufzeit	$[s]$
$Y_k$	Koaleszenzkernel in der k-ten Momentengleichung	$[m^3 s^{-1}]$
$\Omega_k$	Zerfallskernel in der k-ten Momentengleichung	$[s^{-1}]$
$\Psi$	Formfaktor	$[-]$

**Indizes**

$D$	Düse
$B$	Blase
$BI$	blaseninduziert
$D$	Widerstand (engl. drag)
$G$	Gas
$i$	Koordinatenrichtung
$i$	Interface (Phasengrenze)
$i,j$	Laufindizes
$k$	Phasenindex
$K$	Koaleszenz
$krit$	kritisch
$L$	Flüssigkeit
$L$	Lift
$max$	Maximalwert
$min$	Minimalwert
$P$	Druck
$Re$	Reynoldsgemittelt
$SI$	scherinduziert
$stat$	stationär
$t$	turbulent
$TD$	Turbulente Dispersion
$VM$	Virtuelle Masse
$W$	Wand
$Z$	Zerfall

**Dimensionslose Kennzahlen**

$M$	Morton-Zahl, <i>Stoffgrößenverhältnis</i>
$Eo$	Eötvös-Zahl, $Eo = \text{Dichte-Auftriebskraft} / \text{Oberflächenkraft} = g\Delta\rho d^2 / \sigma$
$Fr$	Froude-Zahl, $Fr = \text{Trägheitskraft} / \text{Schwerkraft} = w^2 / gd$
$Nu$	Nusselt-Zahl, $Nu = \text{Wärmeübergangsstrom} / \text{Wärmeleitstrom} = \alpha d / \lambda$
$Pr$	Prandtl-Zahl, $Pr = \text{Innere Reibung} / \text{Wärmeleitstrom} = \nu / \alpha$
$Re$	Reynold-Zahl, $Re = \text{Trägheitskraft} / \text{Innere Reibungskraft} = \rho u d / \mu$
$St$	Strouhal-Zahl, <i>dimensionslose Wirbelablösefrequenz</i>
$We$	Weber-Zahl, $We = \text{Trägheitskraft} / \text{Oberflächenkraft} = \rho w^2 d / \sigma$

**Abkürzungen**

$ADV$	Anzahldichtevertiefungsfunktion
$BV$	Bildverarbeitung (digital)
$CFD$	Computational Fluid Dynamics (numerische Strömungsberechnung)
$E1...E4$	Messebenen 1...4
$FOS$	Faseroptischer Sensor
$HFA$	Heissfilmanemometrie

<i>MK</i>	Mischkammer
<i>PDF</i>	probability density function (Häufigkeitsdichteverteilung)
<i>RMS</i>	root-mean-square



# 1. Einleitung

In vielen Apparaten der Verfahrenstechnik und der Energietechnik ist eine gas- oder dampfförmige Phase in einer strömenden flüssigen Phase dispergiert. Typische Beispiele aus der Verfahrenstechnik sind Gas-Flüssig-Reaktoren, z. B. Schlaufenreaktoren für Oxidationsreaktionen, Fermenter für biotechnologische Prozesse oder Bodenkolonnen zur Trennung von Stoffgemischen. In der Energietechnik werden Verdampfer in konventionellen und nuklearen Kraftwerken sowie Dampf-Flüssig-Direktwärmetauscher eingesetzt. Für die wirtschaftliche Auslegung dieser Apparate und die Optimierung des erzielten Stoff- und Wärmeaustausches ist die genaue Kenntnis des Strömungsfeldes notwendig. Für die in dieser Arbeit untersuchten Rohrströmungen können zur ersten groben Beschreibung des Strömungsfeldes Gas-Flüssigkeits-Rohrströmungen so genannte Strömungsformenkarten verwendet werden. Typische Strömungsformen sind Blasen-, Pfropfen-, Ring-, Schichten- und Tropfenströmungen, deren Einteilung meist auf visueller Beobachtung basiert. Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit liegt im Bereich der Blasenströmung bis hin zum Übergang zur Pfropfenströmung. Dies entspricht etwa maximalen Gasvolumenanteilen von 20 bis 30 Prozent.

Eine sehr genaue, aber auch rechnerisch aufwändige Berechnung des Geschwindigkeits-, Druck und Temperaturfeldes einer Zweiphasenströmung erlauben computergestützte Verfahren wie CFD (Computational Fluid Dynamics) mit hoher räumlicher und zeitlicher Auflösung. Hierbei werden die Massen-, Impuls-, und Energieerhaltungsgleichungen für diskrete Volumenelemente und jede Phase aufgestellt und gelöst. Eine auf einer Euler/Euler-Beschreibung des Strömungsfeldes basierende Methode ist das Zwei-Fluid-Modell nach Ishii [52]. An der Phasengrenze kommt es zum Austausch von Masse, Impuls und Energie, der durch geeignete Transferterme bestimmt werden muss. Die Formulierung dieser Transferterme ist aufgrund der vielfältigen Strukturen von Zweiphasenströmungen mit großen Unsicherheiten verbunden und Gegenstand der Forschung. Die vorliegende Arbeit soll dahingehend einen Beitrag leisten, Berechnungsansätze für die Phasengrenzfläche, die für die genaue Bestimmung der Transferterme notwendig ist, weiterzuentwickeln.

Die Größe der Phasengrenzfläche lässt sich in Blasenströmungen aus der Blasengrößenverteilung des dispergierten Gases und der Form der Blasen bestimmen. Dabei ist die Blasengrößenverteilung in technischen Apparaten zeitlich und räumlich veränderlich. Wichtige Mechanismen, die zu einer Änderung der Blasengrößenverteilung führen, sind: Entstehung oder der Kollaps von Blasen, Koaleszenz (das Zusammenfließen von Blasen), Zerfall durch angreifende Strömungskräfte, Stoffübergang zwischen kontinuierlicher und disperser Phase sowie Druck- und Temperaturänderungen.

Mathematisch kann diese Änderung über die Populationsbilanz beschrieben werden. Die formelle Aufstellung der Quell- und Senkenterme, welche die o.g. Vorgänge berücksichtigen, und die mathematischen Lösungsmöglichkeiten der Populationsbilanz sind Gegenstand umfangreicher Untersuchungen in der Literatur. Insbesondere für turbulente Blasenströmungen mit Koaleszenz und Zerfall existieren aber noch offene Fragestellungen, die im Rahmen dieser Arbeit bearbeitet werden. Die durchgeführten Untersuchungen umfassen insbesondere die experimentelle Untersuchung und Validierung von Berechnungsverfahren für die Koaleszenz- und Zerfallsraten in turbulenten Blasenströmungen.

Im folgenden Kapitel 2., das den Stand der Forschung wiedergibt, wird zunächst auf die Bedeutung der Blasengrößenverteilung in Zweiphasenströmungsmodellen eingegangen. Dabei werden die wichtigsten Mechanismen, die zur Veränderung von Blasengrößenverteilungen, der Blasenanzahldichte und der Blasenform führen, im Detail beschrieben. Bestehende Berechnungsmodelle für Blasengrößen wie empirische Korrelationen, Bestimmungsmöglichkeiten für Primärblasengrößen sowie Populationsbilanzen werden bezüglich Genauigkeit und Berechnungsaufwand diskutiert. Die wichtigsten einsetzbaren Messverfahren, die sich für eine Messung der Strömungsgrößen und Blasengrößenverteilungen in Gas-Flüssigkeits-Strömungen eignen, werden dargestellt. Aus dem Stand der Forschung werden die genauen Ziele dieser Arbeit und die Vorgehensweise der Untersuchungen abgeleitet.

Der Versuchsaufbau und die Messtechnik werden in Kapitel 3. beschrieben. Der experimentelle Aufbau besteht aus vertikalen Strömungsrohren in verschiedenen Konfigurationen mit Luft und Wasser im Gleichstrom. Es werden Turbulenzgitter und ein statischer Mischer zur gezielten Beeinflussung der Randbedingungen bezüglich Turbulenz und Blasengrößenverteilung eingesetzt. Ein digitales Hochgeschwindigkeits-Videosystem wird zur Betrachtung und Auswertung von Blasenbildungs-, Koaleszenz- und Zerfallsvorgängen verwendet. Bei hohen Gasgehalten kommen invasive Strömungssonden, X-Heißfilmsonden u. a. für die Flüssigkeitsturbulenz und faseroptische Sonden u. a. für Gasgehalt und Blasengrößenverteilung zum Einsatz. Hierfür werden die notwendigen Signalauswertungsmethoden entwickelt.

Alle gewonnenen Messergebnisse werden in Kapitel 4. ausgewertet, diskutiert und Fehlerbetrachtungen durchgeführt. Zur Validierung von Koaleszenz- und Zerfallsraten wird die Entwicklung von Turbulenz- und Blasengrößen entlang des Strömungsweges ausgewertet.

Zur Lösung der Populationsbilanz werden in Kapitel 5. eine Momentenmethode hergeleitet und hierin die Quellterme für Koaleszenz und Zerfall durch den Vergleich von geeigneten experimentellen und berechneten Größen validiert. Zusätzlich werden Korrelationen für die Primärblasengrößen aufgestellt und mit experimentellen Daten verglichen. Die Kenntnis einer Primärblasengröße ist als Randbedingung der Momentenmethode notwendig.

Anhand einiger Fallstudien in Kapitel 6 werden auch die Einsatzmöglichkeiten der Momentenmethode für Fragestellungen aus der Praxis diskutiert. Dabei geht es insbesondere um die Integration der Momentengleichungen in einen CFD-Code zur Berücksichtigung der Blasengrößenverteilung in numerischen Strömungsberechnungen. Weiterhin wird der Einfluss von Additiven auf das Koaleszenzverhalten untersucht. Durch die analytische Lösung der Erhaltungsgleichung für die Gesamtanzahldichte erhält man ein Werkzeug für die schnelle Bestimmung von Koaleszenz- und Zerfallsraten.



## 2. Stand der Forschung

### 2.1 Bedeutung der Blasengrößenverteilung bei der Modellierung von turbulenten, dispersen Zweiphasenströmungen

Ein bedeutendes Charakteristikum einer Zweiphasenströmung ist die Gegenwart einer sich bewegenden Phasengrenze, die beide Phasen voneinander trennt. An dieser Phasengrenze findet ein Austausch von Masse, Impuls und Energie statt. Um diese Austauschvorgänge korrekt zu formulieren, ist als wichtige Variable deshalb eine Größe notwendig, die die geometrische Abmessung der sich statistisch quasi-stationär oder instationär ändernden Phasengrenzfläche der Strömung beschreibt. Liegt eine Phase dispers vor, wie bei den häufig auftretenden Blasenströmungen, sind also einzelne Einheiten als Partikeln, Blasen oder Tropfen erkennbar, so kann die Phasengrenze über die Größenverteilung z. B. die Durchmesser-Verteilung  $p(d)$  und die Anzahldichte  $n_{ges}$  (Gesamtanzahl der Blasen pro Volumeneinheit) dieser Einheiten beschrieben werden. Zusätzlich muss die Form der Blasen als Funktion der Größe bekannt sein. Für disperse Blasenströmungen wird somit die Bedeutung der Blasengrößenverteilung deutlich.

Die Dynamik einer Flüssigkeit kann grundsätzlich mit Hilfe zweier einander äquivalenter Darstellungen, der Euler'schen und der Lagrange'schen, untersucht werden. Zur Beschreibung von Zweiphasenströmungen werden die Kombinationen Euler/Euler und Euler/Lagrange verwendet, wobei für technische Systeme mit hohem Gasgehalt und hoher Blasenanzahldichte mit der zur Zeit verfügbaren Rechnerkapazität nur die Euler/Euler-Methode eingesetzt werden kann. Eine Übersicht für Modellansätze bietet folgende Tabelle nach Tomiyama [117]. Sowohl im Euler/Euler-Modell als auch im Euler/Lagrange-Modell muss die Struktur der Phasengrenze, bei dispersen Strömungen also die Blasengrößenverteilung, bekannt sein.

Methode	Fundamentale Gleichungen	Räumliche Auflösung	Anwendbarkeit für technische Probleme
Mittelungsmethode (Euler/Euler) Homogenes , Driftflux-, Zwei-Fluid-Modell	Raum-/zeitgemittelte Kontinuumsgleichungen und konstitutive Glg.	klein	groß
Partikelverfolgung (Euler/Lagrange) Einwege-, Zweiwegekopplung	Bewegungsglg. der Partikel und konstitutive Glg.	mittel	mittel
Grenzflächenverfolgung Fronttracking, Volume-of-Fluid	Navier-Stokes Glg. + Grenzflächenspannung	groß	niedrig
Mikroskopische Methode Lattice-Boltzmann Methoden	Translation und Kollision von Pseudo- Molekülen	groß	niedrig

**TABELLE 1 Modelle zur Beschreibung von Mehrphasenströmungen aus [117]**

#### 2.1.1 Euler/Euler-Methode

Bei der Eulerschen Darstellung schaut man von außen auf die Flüssigkeit und fragt, wie sich die Flüssigkeit an einem beliebigen Ort im Raum verhält. Die Euler'sche Geschwindig-

keit  $\vec{v}_{Euler} = \vec{v}(\vec{x}, t)$  kennzeichnet die am festen Ort  $\vec{x}$  zur Zeit  $t$  herrschende Momentangeschwindigkeit der Strömung. Bei der Euler/Euler-Beschreibung für Zweiphasenströmungen betrachtet man die beiden Phasen, die abwechselnd an einem Raum- und Zeitpunkt auftreten, als gleichzeitig, mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit, an einem Ort existierende Kontinua. Dabei werden die lokalen, momentanen Fluktuationen der kinematischen und thermodynamischen Größen durch eine gleichzeitige Raum- und Zeitmittelung eliminiert. Häufig verwendet wird das Zwei-Fluid-Modell nach Ishii [52,53]. Die Zielgrößen bei der Lösung der Gleichungen sind die über ein Kontrollvolumen gemittelten Phasenvolumenanteile, die Phasengeschwindigkeiten, Druck und Temperatur. Zusätzlich sind Materialgesetze wie das ideale Gasgesetz notwendig.

Zur genauen Ausformulierung der Massen- und Impuls-Erhaltungsgleichungen gibt es in der Literatur eine Vielzahl von Vorschlägen abhängig davon, welche physikalischen Vorgänge relevant sind und über welche Strömungsbereiche gemittelt wird. Einen Überblick geben z.B. [68,108,117]. Eine häufig vorgefundene Formulierung nach Lance [69] für die Phase  $k$  hat folgende Form:

Masse:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_k \rho_k) + \nabla \cdot (\epsilon_k \rho_k \vec{v}_k) = \Gamma_k \quad (2.1)$$

Impuls:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_k \rho_k \vec{v}_k) + \nabla \cdot (\epsilon_k \rho_k \vec{v}_k \vec{v}_k) = \\ -\nabla \cdot (\epsilon_k p_k \vec{I}) + \nabla \cdot \left( \epsilon_k \left[ \vec{\tau}_k + \vec{\tau}_k^{Re} \right] \right) + \epsilon_k \rho_k \vec{g} + \Gamma_k \vec{v}_{k,i} + \vec{M}_{k,i} + \vec{M}_{k,w} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Die Reynoldsspannungen  $\vec{\tau}_k^{Re}$ , die sich durch die Zeitmittelung bei turbulenten Strömungsgrößen ergeben, sind mit berücksichtigt und müssen durch eine geeignete Schließungsbedingung wie z.B. ein erweitertes  $k, \epsilon$ -Modell nach Bertodano et al. [11] bestimmt werden.

Die raum- und zeitgemittelte Energieerhaltungsgleichung wird beispielsweise im Detail von Lahey [68] diskutiert. Da der Schwerpunkt in der vorliegenden Arbeit auf adiabaten Strömungen liegt, wird die Energieerhaltung hier nicht weiter betrachtet.

In den Erhaltungsgleichungen entstehen bei der Mittelung wegen der zeitlich und örtlich veränderlichen Phasengrenzen zusätzliche Transferterme, die durch geeignete, meist empirisch bestimmte, Schließungsbedingungen bestimmt werden müssen. Physikalisch gesehen werden diese durch die an der Phasengrenze stattfindenden Austauschvorgänge von Masse, Impuls und Energie bestimmt. In der Impulsgleichung tritt der Massentransferterm  $\Gamma_k$  auf. In der Impulsgleichung stehen auf der rechten Seite die Terme für Impulsaustausch durch Stoffübergang  $\Gamma_k \vec{v}_{k,i}$  (mit der Stoffübergangsgeschwindigkeit), Impulsaustausch durch innere Reibung an der Phasengrenze  $\vec{M}_{k,i}$  und Impulsaustausch mit festen Wänden  $\vec{M}_{k,w}$ . Die Bedeutung der Kenntnis der Blasengrößenverteilung liegt darin, dass diese für die genaue Quantifizierung dieser Transferterme bekannt sein muss. Die Transferterme für Masse und Impuls werden nachfolgend diskutiert.

Stoffübergang zwischen den Phasen ist nur dann von Bedeutung, wenn der Systemzustand gegenüber dem thermodynamischen Gleichgewicht verschoben ist. Bei Stoffübergangsfragestellungen in verdampfenden oder kondensierenden Systemen, die insbesondere in energie-technischen Anlagen vorkommen, tritt in der Massenerhaltung der Stoffübergangsterm  $\Gamma_k$  auf. Der wärmestromlimitierte Stoffstrom lässt sich allgemein mit Gleichung (2.3) bestimmen. Er ist proportional der volumenbezogenen Phasengrenzfläche, die sich aus der Blasen-größenverteilung ermitteln lässt, der Differenz zwischen Phasen- und Sättigungstemperatur und dem Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$ .

$$\Gamma_k = \alpha a_i \frac{(T - T_{sat})}{\Delta h_v} \quad (2.3)$$

Für den Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  gibt es zahlreiche empirische Korrelationen, die unter Verwendung dimensionsloser Kennzahlen basierend auf Einzelpartikelbetrachtungen gebildet werden. Bei Kolev [64] findet sich eine Übersicht über einige gebräuchliche Korrelationen. Gebräuchlich ist die Formulierung des Stoffübergangskoeffizienten über Dimensionsanalyse unter Verwendung der Stoff- und Wärmeübergangsanalogie. Ein typisches Beispiel zeigt Gleichung (2.4). Beim Blasenwachstum durch Verdampfung ergibt sich der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  aus der Nusselt-Zahl, die für Kugeln mit dem Durchmesser  $d$  und der Wärmeleitfähigkeit des umströmenden Mediums  $\lambda$  wie folgt bestimmt werden kann.

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda} = 2 + c_1 Re^{c_2} Pr^{c_3} \quad (2.4)$$

Die Nusselt-Zahl hängt stark von den lokalen Verhältnisse an der Grenzfläche ab. Einfluss hat insbesondere die Turbulenz der Flüssigphase und das Auftreten von Zirkulationsströmungen in den Gasblasen, siehe beispielsweise Weinhold [128]. Bei höherer Überhitzung/Unter-kühlung kann der Stoffstrom auch trägheitslimitiert sein, d.h. der konvektive Stofftransport zur Phasengrenze bestimmt die Geschwindigkeit des Zwischenphasenstofftransports [64]. In Mehrkomponentensystemen, z.B. Abgaswäscher oder Rektifikationskolonnen, ist der Stoffstrom proportional einer Konzentrationsdifferenz. Vereinfachend kann auch hier eine Stoff-Wärmeübergangs-Analogie angenommen werden. Einfache Stoffübergangsmodelle sind die Zweifilmtheorie nach Whitman oder die Penetrationstheorie nach Higbie. Einige Korrelationen für Stoffübergangskoeffizienten für Gas-Flüssigkeits-Kontaktapparate finden sich bei Baerns et al. [3]. Ein ausführliches Beispiel für Untersuchungen zum Stoffübergang in Blasenströmungen (Absorption von  $CO_2$  in Natronlauge) ist bei Fleischer [31] dargestellt.

In den Impulsgleichungen treten die Impulstransferterme an der Phasengrenze  $M_{k,i}$  auf, die z.B. nach Lance [69] auf der Basis von Kräften auf Einzelpartikel formuliert werden. Für die Berechnung der Impulstransferterme ist jeweils die Kenntnis einer charakteristischen Blasengröße notwendig.

$$\vec{M}_{k,i} = \vec{M}_k^D + \vec{M}_k^L + \vec{M}_k^{TD} + \vec{M}_k^{VM} + \vec{M}_k^P \quad (2.5)$$

Der wichtigste Term ist der Widerstandsterm, der sich aus der Widerstandskraft (engl. „drag-force“) einer Einzelblase und der Gesamtanzahl Blasen pro Volumeneinheit ergibt. Für die Gasphase ergibt sich Gleichung (2.6). Die Abhängigkeit von der Blasengröße wird über

einen mittleren Durchmesser  $d$  und indirekt über den Widerstandsbeiwert  $C_D$ , der näher in Kapitel 2.4.4 diskutiert wird, ausgedrückt.

$$\vec{M}_G^D = n_{ges} \vec{F}_D = \varepsilon_G \frac{3}{4d} C_D |\vec{v}_G - \vec{v}_L| \cdot (\vec{v}_G - \vec{v}_L) \quad (2.6)$$

Geschwindigkeitsgradienten in der Strömung der kontinuierlichen Phase führen zu einer ungleichmäßigen Umströmung der Blasen und zu einem resultierenden Druckfeld, welches zu einer Kraftkomponente quer zur Hauptströmungsrichtung führt. Dies zeigen deutlich experimentelle Untersuchungen von Serizawa [105] und Wang et al. [127] in Rohrströmungen. Es ist dann notwendig, einen sog. Lift-Term zu berücksichtigen, zuerst formuliert von Saffman [101]. Weitere Untersuchungen sind u.a. bei Zun [135] zu finden. Bei Rohrströmungen stellt Tomiyama [117] eine Korrelation für den Liftkoeffizienten  $C_L$  auf, der berücksichtigt, dass auch die Lift-Kräfte von der Blasengröße und -form abhängen. Im Luft/Wasser-System für Blasen größer etwa 6 mm kehrt sich durch ungleichmäßige Wirbelablösung die Wirkrichtung der Liftkraft um. Die allgemeine Formulierung des Lift-Terms lautet:

$$\vec{M}_G^L = -C_L \rho_L \varepsilon_G (\vec{v}_G - \vec{v}_L) \times \text{rot}(\vec{v}_L) \quad (2.7)$$

Die in Gleichung (2.5) aufgeführten Transferterme sind dargestellt als Funktion der zeitlich gemittelten Geschwindigkeiten, d.h. die turbulente Natur der Strömung wird vernachlässigt. Um die Turbulenz zu berücksichtigen, wäre es notwendig, fluktuierende Widerstands-, Lift und virtuelle Massenterme zu implementieren. Ein einfacherer Ansatz ist die sog. turbulente Dispersionskraft. Hiermit kann der Transport von Blasen durch größerskalige turbulente Wirbel modelliert werden. Eine Formulierung wird von Bertodano et al. [12] hergeleitet in Analogie zu molekularen Diffusionsvorgängen unter Zuhilfenahme der turbulenten kinetischen Energie  $k$  der Flüssigphase. Der turbulente Transportkoeffizient  $C_{TD}$  muss empirisch bestimmt werden. Eine quantifizierte Abhängigkeit der turbulenten Dispersion von der Blasengröße wurde bisher nicht ermittelt, es ist aber zu erwarten, dass im Vergleich zur Blasengröße große Wirbelstrukturen einen Transport bewirken (siehe Tabelle 2 auf Seite 10).

$$\vec{M}_G^{TD} = -C_{TD} \rho_L k \nabla \varepsilon_G \quad (2.8)$$

Bei instationärer Strömung gewinnt auch der virtuelle Masseterm  $\vec{M}_k^{VM}$  nach Drew et al. [27] an Bedeutung. Er berücksichtigt die Beschleunigung des umgebenden Fluids durch die Blasen. Der Druckterm  $\vec{M}_k^P$  entsteht bei unterschiedlichen Phasendrücken, wird aber oft vernachlässigt und hier nicht weiter diskutiert.

Alle Transferterme werden von der volumenbezogenen Phasengrenzfläche bzw. der Blasengröße beeinflusst, wenngleich die genaue Quantifizierung der jeweiligen Abhängigkeit aufgrund des meist gleichzeitigen Auftretens verschiedener Krafteinflüsse schwierig ist. Dies zeigt deutlich die Bedeutung der Untersuchung dieser Abhängigkeiten für die korrekte Formulierung der Schließungsbedingungen und damit für die Berechnung von Mehrphasenströmungen. Experimentelle Ergebnisse von Herringe und Davis [46], Liu [78] sowie Kataoka [57] belegen dies. Sie zeigen, dass die räumliche Gasgehaltsverteilung in einem Strömungsrrohr von der Primärblasengröße, die durch die Strömungsverhältnisse am Eintritt ins Strömungsrrohr beeinflusst wird, abhängt. Zahlreiche bislang durchgeführte Berechnungen mit

dem Zwei-Fluid-Modell berücksichtigen nur einen mittleren, unveränderlichen Durchmesser, der aus Messungen oder empirischen Korrelationen (siehe Kapitel 2.5.2) abgeleitet wird. Anwendungsbeispiele der Euler/Euler-Berechnungen für verschiedene Apparatebauformen finden sich für Blasensäulen (z. B. Grienberger [39]), Strömungsrohre [93,68,11] und Schlaufenreaktoren (z.B. Becker et al. [4]). Dabei werden den Berechnungen auch detaillierte Messungen gegenübergestellt.

In technischen Anwendungen, die meist hohe Gasgehalte aufweisen, muss ein zeitlich und räumlich veränderlicher Blasendurchmesser oder, genauer, eine -durchmesserverteilung berücksichtigt werden. Um dies zu erreichen, werden deshalb zusätzliche Transportgleichungen gelöst, z. B. für die veränderliche volumenbezogene Phasengrenzfläche, den Sauterdurchmesser oder die Gesamtanzahldichte [62,132,91], die sich aus den Populationsbilanzen ergeben. Letztere werden ausführlich in Kapitel 2.6 diskutiert. Die Anwendbarkeit dieser Methode in Rohrströmungen wird abgestützt durch Vergleiche mit experimentellen Daten der volumenbezogenen Phasengrenzfläche von Hibiki und Ishii [49] und Kataoka et al. [57].

Bei der numerischen Lösung der Euler/Euler-Gleichungen muss die Diskretisierung des Berechnungsgitters der Fragestellung angepasst werden. Für Rohrströmungen mit rotations-symmetrischer Gasgehaltsverteilung wird häufig das Drift-Strömungsmodell nach Zuber und Findlay [134] eingesetzt, wobei die Strömungsgrößen über den gesamten Rohrquerschnitt gemittelt sind. Mit Methoden von hoher räumlicher Auflösung, wie der Volume-of-Fluid-Methode z.B. in [118], lassen sich dagegen sogar freie Oberflächen von einzelnen Blasen oder die genaue Form der Zwischenphasengrenzfläche simulieren. Bei der Grenzflächenverfolgung (Front-Tracking, siehe beispielsweise in [107]) kann die Form der instationär veränderlichen Grenzfläche zeitlich genau verfolgt werden. Hierzu ist allerdings eine sehr hohe zeitliche/räumliche Auflösung und damit ein großer rechnerischer Aufwand erforderlich. Bei größerer Gitterweite muss darauf geachtet werden, dass in dem betrachteten Zeitintervall eine repräsentative Population von Blasen berechnet wird, damit eine statistische Mittelung etwa der Blasengrößen möglich wird.

### 2.1.2 Euler/Lagrange-Methode

In der Lagrange'schen Darstellung wird die Flüssigkeitsbewegung aus Sicht einzelner Strömungselemente (hier der dispersen Partikeln) beschrieben und die Frage nach deren Änderung von Ort und Geschwindigkeit gestellt. Die Größe der einzelnen Partikeln muss bekannt sein. Die freien Parameter dieser Beschreibung sind die Anfangsposition eines Strömungselementes  $x_0$  zur Zeit  $t_0$  und die verstrichene Zeit  $t-t_0$ . Man erhält also die Trajektorie eines Fluid-Elementes  $x(x_0, t-t_0)$ . Durch Differentiation nach der Zeit erhält man die Lagrange'sche Geschwindigkeit  $u_{Lagrange} = dx/dt$ . Beim Euler/Lagrange-Verfahren wird die kontinuierliche Phase mit der Eulerschen die disperse Phase mit der Lagrangeschen Methode beschrieben. Dabei werden basierend auf der Betrachtung der wirkenden Kräfte die Trajektorien individueller disperser Partikeln bestimmt und durch eine Bewegungsgleichung beschrieben. Häufig eingesetzt wird beispielsweise die Bewegungsgleichung nach Tchen [81].

$$\begin{aligned}
\rho_G \frac{\pi}{6} d^3 \frac{dv_{G,i}}{dt} = & \underbrace{C_D \frac{\pi}{4} d^2 \frac{1}{2} \rho_L (v_{L,i} - v_{G,i}) |v_{L,i} - v_{G,i}|}_{\text{Widerstandsterm}} - \underbrace{\frac{\pi}{6} d^3 \frac{\partial p}{\partial x_i}}_{\text{Druckterm}} \\
& + \underbrace{\rho_L \frac{\pi}{6} d^3 \frac{d}{dt} (v_{L,i} - v_{G,i})}_{\text{Virtueller Massenterm}} + \underbrace{\frac{\pi}{6} d^3 (\rho_G - \rho_L) g}_{\text{Auftriebsterm}} \\
& + \underbrace{\frac{3}{2} \rho_L d^2 \sqrt{\pi v_L} \int_{t_0}^t \frac{d}{dt} (v_{L,i} - v_{G,i}) \frac{1}{\sqrt{t - \tau}} d\tau}_{\text{Basset-Term}}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Die Rückwirkung auf die kontinuierliche Phase erfolgt durch Wechselwirkungsterme. Anwendungsgebiet dieses Verfahrens ist hauptsächlich die Beschreibung dünner Suspensionen, da die Berechnung vieler Trajektorien numerisch zu aufwendig ist. Da jedes Teilchen jedoch individuell verfolgt wird, hat diese Methode den Vorteil, dass beliebige Teilchenformen und Größen angenommen werden können. Ebenso können Stöße zwischen Partikeln oder mit der Wand genauer betrachtet werden, wobei sich hierbei auch der Berechnungsaufwand stark erhöht [14]. Häufig eingesetzt wird das Verfahren für die Berechnung der Trajektorien von festen Partikeln in Gasströmungen. Verschiedene Autoren beschreiben aber auch die Berechnung von Gas-Flüssigkeit-Blasensäulen [117,107]. Sokolichin et al. [109] vergleichen die Ergebnisse von Strömungssimulationen mit Euler/Euler- und Euler/Lagrange-Methoden. Für niedrige Gasgehalte werden übereinstimmende Ergebnisse erhalten.

### 2.1.3 Bedeutung des Gasvolumenanteils und der Blasengrößenverteilung bei der Turbulenzbeschreibung der kontinuierlichen Phase

Bei der Turbulenzbeschreibung der kontinuierlichen Phase unterscheidet Elghobashi [29] in Abhängigkeit vom Volumenanteil der dispersen Phase drei Wechselwirkungsbereiche: Bei kleinem Volumenanteil haben die Partikeln nur einen zu vernachlässigenden Effekt auf die Turbulenz. Mit steigendem Volumenanteil besteht zwischen den Blasen und der Turbulenz der kontinuierlichen Phase eine starke wechselseitige Kopplung („Two-Way-Coupling“). Zum einen ist die Turbulenz der kontinuierlichen Phase ein wichtiger Einflussparameter in vielen Mechanismen, die zu einer Veränderung der Blasengrößenverteilung führen z.B. durch turbulente Dispersion (siehe Kapitel 2.1.1) oder turbulenzinduzierten Zerfall. Die Gegenwart einer dispersen Phase beeinflusst aber auch den Turbulenzgrad der kontinuierlichen Phase. Serizawa und Kataoka [106] zeigen experimentell, dass in vertikalen Gas-Flüssigkeits-Rohrströmungen sowohl Turbulenzanfachung als auch Turbulenzunterdrückung in Abhängigkeit von der Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeit auftritt. Bei genügend hoher Partikel- oder Blasendichte werden die interpartikulären Wechselwirkungen dann entscheidend für die Turbulenzbeschreibung der kontinuierlichen Phase. Elghobashi nennt dies „Four-Way-Coupling“.

Dabei ist die Blasengröße neben dem Gasgehalt ein wichtiger Einflussparameter, mit steigendem Durchmesser geht selbst bei gleichem Gasgehalt eine deutlich zunehmende Turbulenzrückwirkung durch die Blasen auf die kontinuierliche Phase einher. Dieses wird in experimentellen Untersuchungen von Benk und Loth [7] deutlich gezeigt.

Die Beschreibung der Turbulenz in Gas-Flüssigkeit-Systemen ist ausgehend von ersten Erkenntnissen von Theofanous und Sullivan [116] Gegenstand vieler theoretischer und experimenteller Untersuchungen [70,71,11,6]. Ein anerkanntes Modell, mit welchem eine Quantifizierung der Turbulenzgrößen in großen Parameterbereichen möglich ist, existiert bislang nicht. Man versucht, die aus der Einphasenströmung bekannten  $k$ - $\epsilon$ -Modelle nach Launder und Spalding [73] durch die Einführung von Quelltermen für die Turbulenzmodifikation durch die Blasen so zu erweitern, dass sie die beobachteten Phänomene wiedergeben können [11,74]. Bei den integralen Turbulenzgrößen, wie der turbulenten kinetischen Energie oder den Reynoldsspannungen, wird von verschiedenen Autoren eine lineare Superposition von scher- und blaseninduzierter Turbulenz eingesetzt.

$$u'^2 = u_{SI}'^2 + u_{BI}'^2 \quad (2.10)$$

Eine Anfachung der Turbulenz durch Blasen begründet sich durch das Vorhandensein einer mittleren Relativgeschwindigkeit zwischen den Phasen. Als stets auftretender Effekt ist die Pseudoturbulenz zu nennen, welche auf der Verdrängungswirkung der Blase beruht, so dass man an einem raumfesten Punkt bei der Passage einer Blase eine Geschwindigkeitsschwankung feststellt. Aus der Potentialtheorie (d. h. für angenommene reibungsfreie Strömung) leitet Wijngaarden [131] einen Ausdruck für die zusätzliche, turbulente kinetische Energie im Zweiphasensystem her. Sie berücksichtigt allerdings nicht den Blasendurchmesser.

$$\frac{u_{BI}'^2}{\bar{u}_{rel}^2} = \frac{1}{2} C_{VM} \epsilon_G \quad (2.11)$$

Wobei sich zeigt, daß der theoretische Wert des virtuellen Massenkoeffizienten  $C_{VM} = 0.5$  die experimentellen Werte für Gasgehalte größer ein Prozent nicht wiedergeben kann. Wijngaarden begründet dies mit den Interaktionen der Strömungsfelder benachbarter Blasen.

Bei höheren Relativgeschwindigkeiten zwischen Blase und umgebenden Fluid bilden sich Nachlaufwirbel, die sich periodisch ablösen, wie Untersuchungen, z. B. von Brücker [18], deutlich zeigen. Diese Wirbel verbleiben für die mittlere Wirbellebenszeit in der Flüssigkeit und führen dort zu einer, gegenüber der Pseudoturbulenz deutlich stärkeren, Turbulenzanfachung. Die Wirbellebenszeit steigt dabei mit der Wirbelgröße und damit auch mit der Blasengröße, da die abgescherten Wirbel in der Größenordnung der Blasen liegen. Die Produktion turbulenter kinetischer Energie kann nach Lance [70] integral über den Widerstandsterm ausgedrückt werden.

$$P = M^D \bar{u}_{rel} = \epsilon_G \frac{3}{4d} C_D \bar{u}_{rel}^3 \quad (2.12)$$

Man erkennt die Bedeutung der Blasengröße, welche sowohl den Widerstandsbeiwert als auch die Relativgeschwindigkeit beeinflusst (siehe Kapitel 2.4.4).

Für die Diskussion der gegenüber der einphasigen Strömung veränderten dissipativen Effekte ist eine detaillierte Betrachtung der Wechselwirkungen zwischen Blasen und Wirbel erforderlich. Dabei ist das Verhältnis zwischen Blasen- und Wirbelgröße  $d$  und  $\lambda$  entscheidend.

Verhältnis	Effekt
$\lambda > d$	Blasen (+ virtuelle Masse) werden vom Wirbel mitbewegt (abhängig von Relaxationszeit) Dissipation durch Übertragung von kin. Energie auf Blasen Wirbelgröße verringert sich durch Wirbel/Blase-Wechselwirkung
$\lambda = d$	Relativbewegung zwischen Blasen führt zu Kollisionen/Koaleszenz Dissipation durch Oberflächendeformation/Blasenzerfall
$\lambda < d$	Turbulente Anströmung der Blasen verändert Widerstandsbeiwert $C_D$ und somit Turbulenzproduktion (siehe Gleichung (2.12))

**TABELLE 2 Blasen/Wirbel-Wechselwirkungen**

Zur detaillierten Analyse der Blasen/Wirbelwechselwirkungen ist somit die Kenntnis der Größenverteilung sowohl von Blasen als auch der Wirbel notwendig. Zur Analyse der Längen- und Zeitskalen der Turbulenz werden Energiespektren herangezogen. Sie stellen die spektrale Zerlegung der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten dar, so daß den Wirbeln Frequenzen oder Wellenzahlen  $k = 1/\lambda$  zugeordnet werden können. Die Wirbelbildung und der Wirbelzerfall (Kaskadenmodell der Turbulenz, Grundlegendes siehe Tennekes und Lumley [115] und Hinze [51]) stellen ein zentrales Phänomen turbulenter Strömungen dar. Ein einfaches Modell für die Zerfallskaskade stellt der sog. Inertial Subrange dar. Die größten Wirbel, deren Abmaße der Makrolänge entspricht, entziehen der Hauptströmung kinetische Energie. Die Wirbel zerfallen dann nur aufgrund von Trägheitskräften in kleinere Wirbel. Die kleinsten Wirbelstrukturen haben die Abmessungen der Kolmogorovschen Länge und werden viskos dissipiert. Das eindimensionale Energiespektrum im Inertial Subrange wird nach Hinze über

$$E_{ii}(k) = C \varepsilon_t^{2/3} k^{-5/3} \quad (2.13)$$

beschrieben. Die mittlere turbulente Schwankungsgeschwindigkeit, hier zum Beispiel in x-Strömungsrichtung, ergibt sich daraus mit  $C = 1.4$  [115]:

$$u' = \left[ \int_k^\infty E_{xx}(k) dk \right]^{1/2} = 1.4 \varepsilon_t^{1/3} k^{-1/3} = 1.4 \varepsilon_t^{1/3} \lambda^{1/3} \quad (2.14)$$

Voraussetzung für die Existenz eines ausgeprägten und in Messungen nachweisbaren Inertial Subrange ist nach Hinze eine Wirbelreynoldszahl  $Re_t = u' \lambda / \nu_L > 500$ . Allerdings wird durch die disperse Phase auch das Turbulenzspektrum verändert. Es wird von Kataoka et al. [58] für den Inertial Subrange in Blasenströmungen eine Abhängigkeit von  $k^{-8/3}$  theoretisch hergeleitet, da die Blasen den Wirbelzerfall begünstigen. Bislang wurde diese Abhängigkeit nur für Strömungen mit homogener Gitterturbulenz und geringem Gasgehalt experimentell nachgewiesen (Lance und Bataille [70]). Berücksichtigt ist bei der Betrachtung von Kataoka auch nicht die Turbulenzproduktion durch Blasen, deren charakteristische Größenskalen im Inertial Subrange liegen.



Eine weitere Rückwirkung der Blasen auf die Turbulenzstruktur der kontinuierlichen Phase ergibt sich dadurch, dass die Blasen das mittlere Geschwindigkeitsprofil einer Strömung verändern. Damit geht eine Änderung der scherinduzierten Turbulenz, z.B. an festen Wänden oder turbulenzzeugenden Einbauten einher, wie beispielsweise die Untersuchungen von Wang et al. [127] und Benk [6] deutlich zeigen.

## 2.2 Charakterisierung der Blasengrößenverteilung

Wie im vorangegangenen Abschnitt dargestellt, ist in dispersen Gas-Flüssigkeit-Systemen die Kenntnis der Blasengrößenverteilung notwendig. Zu deren Beschreibung werden statistische Methoden genutzt. Eine Übersicht findet sich in Hartung [44].

### 2.2.1 Häufigkeitsverteilung, Verteilungsdichte und Anzahldichteverteilung

Zur Charakterisierung der Blasengrößenverteilung und damit der Phasengrenzflächenstruktur können Verteilungsfunktionen herangezogen werden. Welche Verteilungsfunktion ausgewählt wird, hängt von deren Einsatzzweck ab. Im folgenden sollen einige eingesetzte Verteilungen dargestellt werden. Vielfach eingesetzt, insbesondere zur Darstellung von gemessenen Größenverteilungen, ist die Häufigkeitsverteilung der Blasendurchmesser  $h(d)$ . Sie wird meist durch Zählverfahren ermittelt (siehe Kapitel 2.7.2). Durch Bezug der relativen Häufigkeit einer Größenklasse auf die Klassenbreite wird die Häufigkeitsdichteverteilung der Durchmesser  $p(d)$  oder der Blasenradien  $p(R)$  erhalten, die den Vorteil einer Vergleichbarkeit unabhängig von der Klassenbreite hat. Zur Bestimmung des mittleren Blasenvolumens oder auch der mittleren Blasenmasse ist es notwendig, die Häufigkeitsdichteverteilung des Blasenvolumens  $p(v)$  zu kennen. Diese kann wie folgt berechnet werden:

$$p(v)dv = p(R)dR \quad (2.15)$$

$p(v)\Delta v$  ergibt die relative Häufigkeit für Blasen mit einem Volumen zwischen  $v$  und  $v+\Delta v$ . Diese Verteilung wird meistens nicht grafisch dargestellt, da sie im Bereich kleiner Blasen sehr fein diskretisiert werden müsste, so dass eine logarithmische Skalierung notwendig ist. Aus der Häufigkeitsdichteverteilungsfunktion des Blasenvolumens  $p(v)$  wird die Anzahldichteverteilungsfunktion  $f(v)$  berechnet, im weiteren abgekürzt als ADV bezeichnet, welche für die Berechnung der Populationsbilanzen und die Herleitung der Momenten-Methode benötigt wird. Hierbei stellt  $n_{ges}$  die Gesamtanzahl an Blasen pro Volumeneinheit (Gesamtanzahldichte) dar.

$$f(v) = n_{ges} p(v) \quad (2.16)$$

$f(v)\Delta v$  ergibt die Blasenanzahl pro Volumeneinheit für Blasen mit einem Volumen zwischen  $v$  und  $v+\Delta v$ . Die Anzahldichteverteilungsfunktion  $f(v)$  beinhaltet somit Informationen über die Anzahldichte und stellt eine Schlüsselgröße von hohem Informationsgehalt dar, da sich aus ihr bei Kenntnis der Blasenformen viele wichtige charakteristische Größen der dispersen Phase wie Gasgehalt, Anzahldichte und volumenbezogene Phasengrenzfläche als statistische Momente (siehe Kapitel 2.2.2) ableiten lassen, wie von Kocamustafaogullari und Ishii gezeigt [62]. Dieses stellt einen Vorteil gegenüber dem Einsatz der volumenbezogenen Phasengrenzfläche oder eines einzigen mittleren Durchmessers als charakterisierende Größe dar,

weil die Bestimmung der Anzahldichtevertiefungsfunktion dann nur noch unter der vereinfachenden Annahme einer monodispersen Verteilung möglich ist. Trotz der Bedeutung dieser Größe existieren bislang praktisch keine experimentell abgesicherten Werte der Anzahldichtevertiefungsfunktion. Problematisch ist vor allem, daß sie direkt nicht gemessen werden kann, sondern sich nur aus der Kombination verschiedener Meßergebnisse aufstellen läßt.

### 2.2.2 Statistische Momente als integrale Kenngrößen der Größenverteilung

Durch die Ermittlung integraler Kenngrößen wird bezweckt, die Größenverteilung mit wenigen Parametern zu charakterisieren. Wichtige Kenngrößen der Häufigkeitsverteilungen sind mittlerer Durchmesser  $\bar{d}$  oder mittlerer Radius  $\bar{R}$  und Varianz  $\sigma_R^2$  bzw. Standardabweichung. Die Momente der Anzahldichtevertiefungsfunktion stellen wichtige Parameter bei der Formulierung und Lösung der Populationsbilanzen dar. Zur Definition des k-ten Moments siehe Gl. (2.17)

$$m_k = \int_0^{\infty} f(v) v^k dv \quad (2.17)$$

Die Gesamtanzahl pro Volumeneinheit, d.h. die Anzahldichte stellt das nullte Moment, der lokale Gasgehalt das erste Moment der Anzahldichtevertiefung dar. Die lokale volumenbezogene Phasengrenzfläche läßt sich aus dem 2/3-Moment bestimmen. Hierzu muß die Oberfläche  $A(v)$  jeder Blase bekannt sein. Der Formfaktor  $\Psi$  ist abhängig von der Blasenform und beträgt  $\Psi = \sqrt[3]{36\pi}$  für Kugelblasen). Zur Bestimmung der Blasenform siehe Kap. 2.3 .

$$a_i = \int_0^{\infty} f(v) A(v) dv = \Psi m_{2/3} \quad (2.18)$$

Die folgende Tabelle zeigt zusammenfassend die wichtigsten Momente: .

k-tes Moment	Korrespondierende physikalische Größe
$m_0 =$	$n_{ges} = \frac{\mathcal{E}_G}{\bar{v}}$
$m_1 =$	$\mathcal{E}_G$
$m_2 =$	$n_{ges} (\bar{v}^2 + \sigma_v^2)$
$m_{2/3} =$	$\Psi^{-1} a_i$

**TABELLE 3 Statistische Momente der Anzahldichtevertiefungsfunktion**

Das zweite Moment ist mit der Varianz der Blasen volumenhäufigkeitsverteilung  $\sigma_v^2$  korreliert und somit ein Maß für die Breite der Verteilung. Höhere Momente können weitere Informationen über die Form der Verteilung, wie beispielsweise die Schiefe, liefern. Das mittlere

Volumen der Blasen, woraus sich der volumenäquivalente Durchmesser berechnen läßt, ergibt sich als Quotient aus Gasgehalt und Gesamtanzahldichte.

$$\bar{v} = \frac{\mathcal{E}_G}{n_{ges}} = \frac{m_1}{m_0} \quad (2.19)$$

Der Sauter-Durchmesser, der häufig bei der Behandlung von Stoffübergangsproblemen eingesetzt wird, kann wie folgt aus den Momenten bestimmt werden:

$$d_s = 6 \frac{\mathcal{E}_G}{a_i} = 6 \frac{m_1}{\Psi m_{2/3}} \quad (2.20)$$

### 2.2.3 Verteilungsgesetze

Zur Approximation gemessener Verteilungsdichten werden verschiedene mathematische Funktionen eingesetzt [44]. Diese Vorgehensweise hat den Vorteil, dass nur wenige Parameter (häufig zwei) ausreichen, die gesamte Verteilungsdichtefunktion wiederzugeben. Dabei muss beachtet werden, dass für die Approximation eine geeignete Verteilung ausgewählt wird. Die Normalverteilung wird meist genutzt für (nahezu) symmetrische Häufigkeitsverteilungen. Blasengrößenverteilungen, die sich aufgrund stochastischer Prozesse ergeben, sind unsymmetrisch. Zur Approximation werden in dieser Arbeit eine logarithmische Normalverteilung oder eine Gamma-Verteilungen herangezogen. Diese Verteilungen sind rechtsschief, d.h. das Maximum der Verteilungsdichtefunktion ist zu kleineren Durchmessern hin verschoben. Beide Verteilungen besitzen zwei kennzeichnende Parameter.

Die Logarithmische Normalverteilung für den Blasenradius hat nach Friedlander [33] folgende Form mit den charakteristischen Parametern  $R_p$  und  $\sigma'$ :

$$p(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R \ln \sigma'}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{\ln(R/R_p)}{\ln \sigma'} \right]^2 \right\} \quad (2.21)$$

Die Momente dieser Radienverteilung sind analytisch bestimmbar (siehe Kapitel 5.1.3). Der Mittelwert und die Varianz der Radienverteilung sind darüber leicht bestimmbar als  $\bar{R} = m_{1,R}$  und  $\sigma_R^2 = m_{2,R} - m_{1,R}^2$ .

Die Gamma-Verteilung hat mit den charakteristischen Parametern  $q$  und  $\lambda$  folgende Form:

$$p(R) = \frac{\lambda^q}{\Gamma(q)} R^{q-1} \exp(-\lambda R) \quad (2.22)$$

Die Gammafunktion  $\Gamma(q)$  kann durch die Fakultät von  $(q-1)$  bestimmt werden. Für gebrochene Zahlenwerte von  $q$  kann die Stirlingsche Näherungsformel verwendet werden, die nach dem quadratischen Glied abgebrochen wird [17].

$$\Gamma(q) = (q-1)! = \left( \frac{q-1}{e} \right)^{q-1} \sqrt{2\pi(q-1)} \left( 1 + \frac{1}{12(q-1)} + \frac{1}{288(q-1)^2} + \dots \right) \quad (2.23)$$

Die theoretischen Verteilungsfunktionen wie die Gamma-Verteilung werden eingesetzt, um die gemessenen (d.h. empirischen) Verteilungen anzunähern. Die Güte dieser Anpassung wird mittels statistischer Tests überprüft. Der gebräuchlichste ist der  $\chi^2$ -Test (siehe Kanji [56]). Dabei wird überprüft, ob die mittlere Summe der quadratischen Abweichungen zwischen theoretischer und empirischer Verteilung kleiner einem gegebenen Grenzwert ist.

### 2.3 Charakterisierung von Blasenformen

Zur genauen Berechnung der Phasengrenzfläche und zur Beschreibung der Blasenbewegung ist es wichtig, die Form der Blasen genau zu kennen. Nach Clift et al. [22] werden Blasen in vier Haupttypen eingeteilt: Kugelförmige, ellipsoide, kugelkappenförmige und Taylor-Blasen, wobei letztere nur in Rohren vorkommen, deren Durchmesser in der Größenordnung des Blasendurchmessers liegen. Weiterhin gibt es eine Vielzahl von Übergangsformen. Erschwerend bei der Beschreibung der Blasenform kommt hinzu, dass es bei größeren Blasen zu Oszillationen (engl. „wobbling“) der Blasenform kommt. Nur sehr kleine Blasen (bspw. bei reinem Luft/Wasser-System unterhalb von 1 mm) bleiben formstabil. Einschränkend gilt, dass viele der bisher gemachten Untersuchungen nur für Einzelblasen durchgeführt wurden, die in ruhender Flüssigkeit aufsteigen. In turbulenten Blasenströmungen werden die Blasen durch Turbulenzwirbel und Wechselwirkungen mit anderen Blasen stark deformiert.

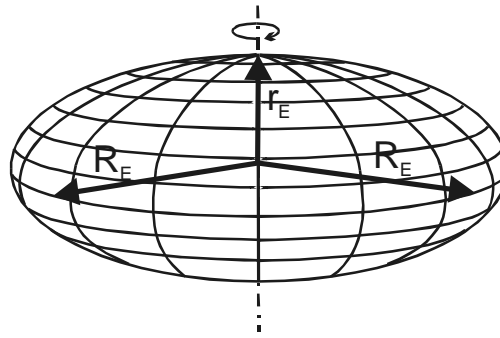
Die Blasenform ist von verschiedenen Faktoren abhängig. Zur Klassifizierung werden die dimensionslose Eötvös- und Morton-Zahl herangezogen.

$$Eo = g(\rho_L - \rho_G)d^2 / \sigma \quad (2.24)$$

$$M = \frac{g\eta_L^4(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2\sigma^3} \quad (2.25)$$

In dem häufig genutzten Diagramm von Grace [38], welches sich aus Kräftebetrachtungen ableitet, sind in Abhängigkeit von diesen Kennzahlen bestimmte Bereiche eingeteilt, womit die Form einer in ruhender Flüssigkeit aufsteigenden Einzelblase bestimmt werden kann. Für das System reines Wasser/Luft ergibt sich der Übergang von der Kugel- zur Ellipsoidenform bei einem volumenäquivalenten Durchmesser von 1.2 mm. Der Übergang zur Kugelkappenform wird bei  $Eo > 40$  angegeben, was bei Wasser einen Durchmesser von 17.3 mm entspricht. Der Übergang zu Taylorblasen ist stark abhängig vom Rohr- oder Kanaldurchmesser. Die ungefähre Grenze für den Übergang wird angenommen, wenn der horizontale Blasendurchmesser etwa der Hälfte des Rohrdurchmessers entspricht. Für die in Wasser/Luft-Systemen häufig auftretenden oblat sphäroiden Blasen kann mit einer empirischen Gleichung nach Wellek et al. [130] das Achsenverhältnis zwischen kurzer ( $r_E$ ) und langer Halbachse ( $R_E$ ), siehe Abb. 2.1, bestimmt werden.

$$b = r_E / R_E = (1 + 0.163Eo^{0.757})^{-1} \quad (2.26)$$



**Abb. 2.1 Blasenform einer oblat sphäroiden Blase**

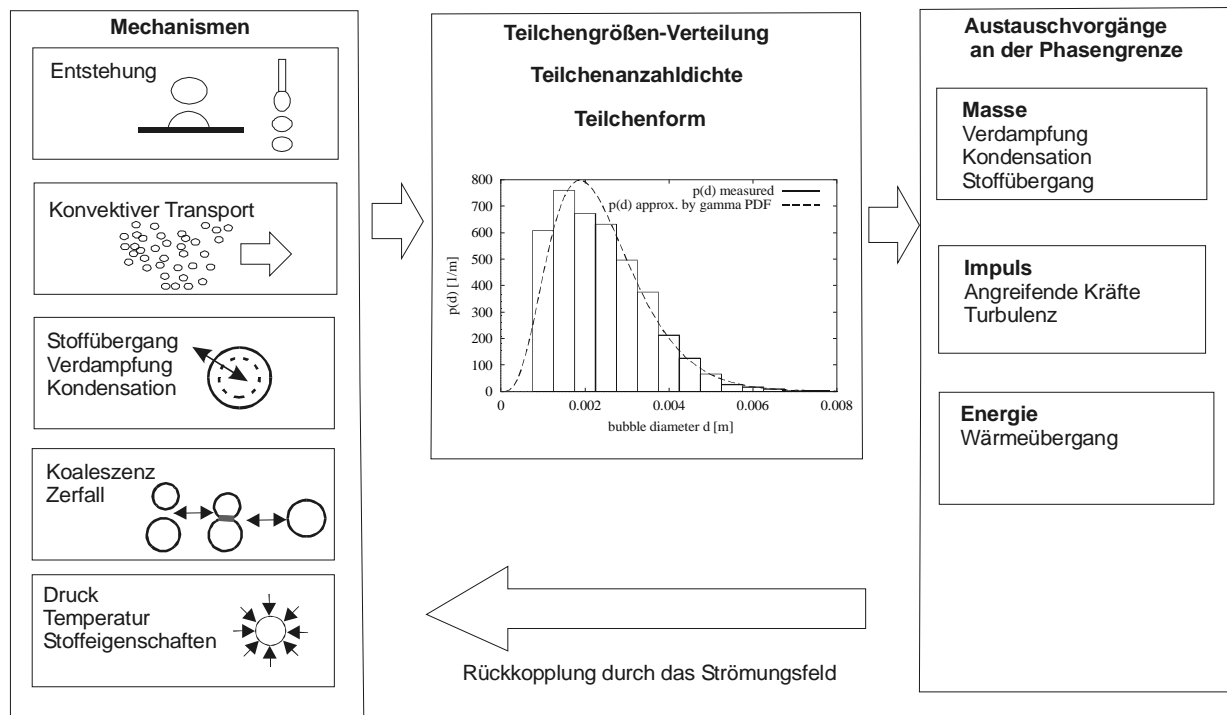
Das Volumen  $v$  und die Oberfläche  $A$  eines solchen oblat sphäroiden Körpers ergeben sich aus den folgenden Gleichungen [17] .

$$v = \frac{4}{3} \pi b R_E^3 \quad (2.27)$$

$$A \cong 2\pi R_E^2 (1.5b - \sqrt{b} + 1.5)$$

## 2.4 Die lokale Blasengrößenverteilung beeinflussende Mechanismen

Verschiedene Mechanismen haben einen Einfluss auf die Blasengrößenverteilung und/oder die Blasengesamtanzahldichte. Wie schon beschrieben, ist die Blasenanzahldichteverteilung eine wichtige Einflussgröße für die Transferprozesse an der Phasengrenze. Dabei haben die durch die Transferprozesse veränderten Strömungsgrößen wieder eine deutliche Rückwirkung auf die beschriebenen Mechanismen, es liegt also ein stark rückgekoppeltes System vor. Findet beispielsweise Koaleszenz statt, so sinkt die Blasenanzahldichte, was wiederum dazu führt, dass die Koaleszenzrate deutlich sinkt, da sie quadratisch von der Blasenanzahldichte abhängt (siehe Kapitel 2.6.1). Durch Verdampfung wird die Blasengröße und damit die volumenbezogene Phasengrenzfläche steigen, damit steigt aber auch die Massentransferate (siehe Kapitel 2.1.1). Eine weitere indirekte Rückkopplung ergibt sich, da die Anzahldichteverteilung auch Rückwirkung auf die Turbulenz der flüssigen Phase hat (siehe Kapitel 2.1.3.). Steigt durch höhere Konvektion bedingt die lokale Anzahldichte, so verstärkt sich die blaseninduzierte Turbulenz, was wiederum die turbulente Dispersion fördert.



**Abb. 2.2 Die Blasengrößenverteilung beeinflussende Mechanismen**

Die in adiabaten Strömungen wichtigsten Mechanismen Entstehung, Koaleszenz, Zerfall und Transport sind in den folgenden Abschnitten näher beschrieben. Grundlegendes zum Stoffübergang findet sich in Kapitel 2.1.1. Räumliche oder zeitliche Druckänderungen führen ebenfalls zu Veränderungen der Blasengröße, wenn sich beim Blasenanstieg der hydrostatische Druck ändert oder bei großem Druckverlust in Rohrleitungen.

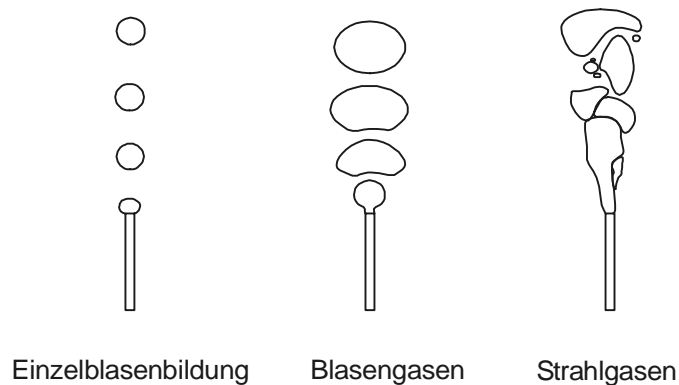
### 2.4.1 Blasenentstehung

Blasen können durch verschiedene Mechanismen entstehen: Verdampfung an beheizten Wänden, homogene Blasenbildung (z.B. bei stark überhitzten Flüssigkeiten oder durch Kavitation) und die Gasdispargierung an Düsen oder Lochböden. Die Kenntnis der Primärblasengröße ist besonders dann von Bedeutung, wenn sich die Blasengrößenverteilung nach der Entstehung nicht mehr stark ändert, z.B. bei einem koaleszenzgehemmten System (siehe Beispiel in Kapitel 6.3), da dann die Primärblasengrößenverteilung für das gesamte System gültig ist. In der vorliegenden Arbeit werden schwerpunktmäßig adiabate Strömungen ohne Verdampfung betrachtet, wobei die Gasdispargierung über Düsen oder Lochplatten, an Fritten, an porösen Materialien oder ähnlichem erfolgen kann. Hierzu existieren eine Vielzahl von Veröffentlichungen zur Untersuchung und Berechnung der entstehenden Blasendurchmesser. Bei Tsuge [124], Kumar und Kuloor [67] und Rübiger und Vogelpohl [96] findet sich ein Überblick der gebräuchlichsten Modellansätze. Die Größe einer entstehenden Blase an einer Dispergieröffnung hängt von unterschiedlichsten äußeren Randbedingungen ab. So differenziert Schwarzer [103] nach

-Betriebsparametern, wie Gasdurchsatz, überlagerte Flüssigkeitsbewegung, Druck und Temperatur,

- Geometrieparametern, wie Lochdurchmesser, Lochanzahl, Teilung, Vorkammervolumen und Strömungsführung im Apparat, und
- Stoffwerten der jeweiligen Gas- und Flüssigkeitsphase.

Die Größe des Gasvolumenstroms in die Blase ist der wichtigste Einflussfaktor auf die Primärblasengröße. Grundsätzlich unterscheidet man zwischen drei Arten der Blasenbildung: Einzelblasenbildung, Blasengasen und Strahlgasen.



**Abb. 2.3 Mechanismen der Blasenbildung an Düsenöffnungen**

Die Einzelblasenbildung erfolgt bei sehr niedrigen Gasdurchsätzen, weshalb sie technisch selten relevant ist. Die Blasengröße ist bei diesem Bildungsmechanismus praktisch konstant und mit steigendem Gasvolumenstrom durch die Düse steigt nur die Blasenfrequenz an. Beim Blasengasen bildet sich eine Blasenketten und die hintereinander aufsteigenden Blasen beeinflussen sich gegenseitig. Die Blasengröße vergrößert sich mit steigendem Gasdurchsatz. Ab einer bestimmten kritischen Gasstromrate besteht keine Möglichkeit mehr, die Gasmenge mittels einzelner Gasblasen zu transportieren. Die nacheinander gebildeten Blasen stoßen gegeneinander. Nach Ansicht vieler Autoren verschmelzen die Einzelblasen bei weiterer Steigerung des Gaszusatzes zu einem Gasstrahl, der dann an seinem Ende durch turbulente Strömungskräfte zerfällt. Es bildet sich eine breite Blasengrößenverteilung aus. Auf Basis von Hochgeschwindigkeitsvideoaufnahmen zeigten Rübiger und Vogelpohl [96], dass sich auch im Strahlgasenbereich noch einzelne voneinander getrennte Blasen bilden. Die trennende Lamelle zwischen den sich unmittelbar hintereinander bildenden Blasen wird durch den aus der Düse austretenden Gasstrahl bei hohen Geschwindigkeiten zerschlagen.

Obwohl in technischen Systemen häufig hohe Gasdurchsätze notwendig sind, und somit Strahlgasen auftritt, existiert bislang aufgrund der extrem komplexen Strömungsfelder der flüssigen Phase keine allgemein anerkanntes Modell zur Beschreibung des Strahlgasens.

Wenige Untersuchungen existieren zum Einfluss überlagerter Flüssigkeitsströmung auf die Blasenbildung [124]. So ist der sich einstellende Blasenbildungsmechanismus und damit die Primärblasengröße von der überlagerten Flüssigkeitsgeschwindigkeit abhängig. Schwarzer zeigt, dass die Blasengröße mit steigender Flüssigkeitsgeschwindigkeit abnimmt.

Eine weiteres Unterscheidungsmerkmal, das für die Modellbildung eine wesentliche Rolle spielt, ist das zeitliche Verhalten des Gasvolumenstromes in die sich bildende Blase, der ins-

besondere von der Geometrie der Eindüsung abhängt. So kann zum Einen der Gasvolumenstrom durch die Düse in die sich bildende Blase, zum Anderen der Gasdruck in der Vorkammer der Düse zeitlich konstant sein. Ebenso können aber auch beide Einflussgrößen zeitabhängig sein. Dieses Verhalten des Gasdurchsatzes hängt im Wesentlichen von der Größe der Düsenvorkammer ab. Tendenziell ist bei der Blasenbildung an Röhrchen aufgrund des hohen Druckverlustes im Röhrchen der Volumenstrom in die Blase annähernd konstant, wohingegen bei Lochplatten wegen des großen Vorkammervolumens der Gasdruck weitgehend konstant ist.

Um die in den vorhergehenden Abschnitten beschriebenen qualitativen Einteilungsmerkmale in berechenbaren Größen zu formulieren, werden dimensionslose Kennzahlen eingeführt. Tsuge [124] verwendet ein dimensionsloses Vorkammervolumen als Kriterium für die Unterscheidung nach konstantem Gasdruck oder konstantem Gasdurchsatz. Die Unterscheidung nach Einzelblasenbildung, Blasengasen und Strahlgasen erfolgt bei Tsuge über einen dimensionslosen Gasdurchsatz. Im Bereich des Strahlgases verliert der Effekt des Vorkammervolumens an Bedeutung.

Alternativ wird von Mersmann [88] auch die Düsenweberzahl als Kriterium für den Übergang zum Strahlgasen herangezogen. Strahlgasen tritt demnach auf, wenn  $We_D = \rho_L d_i u_D^2 / \sigma > 2$  gilt.

#### **2.4.2 Koaleszenz**

Koaleszenz, also das Zusammenfließen von Blasen, ist ein sehr stark von Grenzflächenphänomenen geprägter Vorgang. Nach der gängigen Modellvorstellung (wie im Übersichtsartikel von Blaß beschrieben [13]) wird der Vorgang in drei Teilschritte untergliedert. Zunächst nähern sich zwei Blasen und es kommt zu einer Deformation. Dabei wird ein Flüssigkeitsfilm eingeschlossen. Dieser Flüssigkeitsfilm, der die Blasen trennt, fließt seitlich aus (Drainage) und schließlich reißt er, wenn eine bestimmte, kritische Dicke erreicht ist. Die Flüssigkeits-Stoffdaten beeinflussen stark den Ausfließvorgang und oberflächenaktive Substanzen, aber auch Salze [95], können den Film stabilisieren, den Filmriss verzögern oder ganz verhindern.

##### **2.4.2.1 Koaleszenzzeit**

Zur statischen Untersuchung der Koaleszenz von Blasenpaaren wurden bisher umfangreiche Untersuchungen in ruhenden Flüssigkeiten durchgeführt. Eine häufig eingesetzte Methode zur Beobachtung von Koaleszenz und zur Bestimmung der Koaleszenzzeit ist eine Zweidüsenanordnung-Koaleszenzzelle, in der zwei Einzelblasen zusammengebracht werden (beispielweise beschrieben von Tse et al. [120] und Hartland [43]). Untersuchungen zum Einfluss der Stoffwerte für viele Stoffklassen, wie organische Substanzen, auf Koaleszenz wurden von Drogaris [28] durchgeführt. Kirkpatrick [61] untersucht die Koaleszenz von einzelnen Blasen mit einer freien Oberfläche. Eine Übersicht über die Koaleszenzzeiten und Koaleszenzwahrscheinlichkeiten für verschiedene Stoffsysteme (Salz- und Tensidlösungen, hochviskose Flüssigkeiten) findet sich in [129] auf der Basis von Arbeiten von Meusel.

Die oberflächenaktiven Substanzen absorbieren aufgrund ihrer chemischen Struktur an der Phasengrenze und erniedrigen lokal die Grenzflächenspannung. Wenn sie durch die Drainage aus der Trennschicht ausgeschwemmt werden, also dort verarmen, dann nimmt die Grenzflä-



chenspannung in der Schicht zu. Hierdurch setzt eine Rückströmung der Flüssigkeit ein, die auch die oberflächenaktiven Moleküle wieder herantransportiert. Diese durch Grenzflächenspannungsgradienten angetriebene, Marangoni-Konvektion genannte Strömung führt dann wieder zu einer gleichzeitigen Verdickung der Lamelle und Erhöhung der Grenzflächenspannung. Die Ausfließzeit wird verlängert. Die Ausfließzeit bewegt sich deshalb vom Millisekundenbereich (Größenordnung 10 ms für kleine Luftblasen in Wasser [94]) für reine Stoffe bis hin zu Minuten, beispielsweise in stabilisierten Schäumen.

Die Ausfließgeschwindigkeit kann unter vereinfachenden Annahmen wie gleichmäßiger Schichtdicke und scheibenförmige Fläche des Films berechnet werden (siehe z.B. Prince und Blanch [94] oder Hartland [43]). Unbekannt in diesen Modellen ist jedoch die kritische Filmdicke, bei der dieser reißt. Dies stellt einen weiterhin empirisch anzupassenden Parameter der Modelle dar, so dass diese Modelle ohne experimentelle Absicherung in weiten Parameterbereichen nicht anwendbar sind.

Bei der Betrachtung der Koaleszenz von sich frei in der Strömung bewegenden und zusammenstoßenden Blasen bestehen weitere weitere Freiheitsgrade. So haben hierbei auch die Annäherungsgeschwindigkeit der Blasen [77], die Deformation der Oberflächen und der Kontaktwinkel [42] einen Einfluss auf die Koaleszenzzeiten. Auch für die treibende Kraft, welche die Blasen zusammenhält, sind verschiedene Mechanismen denkbar. Zum einen entstehen durch die Umströmung der Blasen Druckfelder, welche die zusammenhaltende Kraft ergeben. Je nach Stoffpaarung können auch Adhäsionskräfte, die aus elektrostatischen oder van-der-Waals-Kräften resultieren, die Partikeln zusammenhalten. Bei unterschiedlich großen Blasen bewirken Auftriebskräfte den Zusammenstoß.

Nur wenige Untersuchungen befassen sich mit der Koaleszenz in Blasenschwärmen, um zu prüfen, ob die aus den Koaleszenzzellen bekannten Mechanismen auf freie Strömungen zu übertragen sind. Betrachtet wurden: Blasketten [60], planare Blasenschwärme [112], Blasensäulen [123]. Es ist aber keine Abschätzung zu Unterschieden der Koaleszenzzeit in ruhenden und strömenden Medien bekannt. Erschwerend ist, dass eine optische Zugänglichkeit in Systemen hoher Blasendichte, wo Koaleszenz überwiegend auftritt, nicht gegeben ist. Man ist deshalb auf die, fast zufällige, Beobachtung solcher Prozesse in Systemen geringerer Blasendichte angewiesen

Für die Beschreibung der Koaleszenzrate, also der pro Zeiteinheit stattfindenden Koaleszenzvorgänge sind zwei weitere Einflussgrößen wichtig: Die Kollisionsrate, d.h. die Anzahl der Stöße pro Zeiteinheit und die Interaktions- bzw. Kontaktzeit.

#### 2.4.2.2 *Kollisionsrate und Koaleszenzrate*

Die Kollisionen zwischen den Blasen kann nach Kocamustafaogullari und Ishii [62] durch turbulente Schwankungen, Differenzen der Auftriebsgeschwindigkeiten verschieden großer Blasen, durch Einfang kleiner Blasen im Blasennachlauf von großen (Taylor-) Blasen und durch Bewegung der Blasen in einem Feld großer Geschwindigkeitsgradienten, z.B. in Wandnähe, verursacht werden. Abschätzungen von Benk [6] zeigten, daß in turbulenten Blasenströmungen die turbulenzinduzierten Kollisionen dominieren. Die turbulente Kollisionsrate wird über Ansätze berechnet, die sich nach statistischen Überlegungen aus der kinetischen Gastheorie ableiten. Dabei wird angenommen, dass die Blasen den turbulenten Wirbeln folgen. Die Koaleszenzrate zwischen zwei Blasen berechnet sich dann als:

$$\text{Koaleszenzrate} = \text{Kollisionsrate} \{ \text{Blase} / \text{Blase} \} \times \text{Koaleszenzeffizienz}$$

Häufig verwendet für Kollisionsrate und Effizienz werden die von Prince und Blanch [94] für Blasensäulen entwickelten Ansätze. Diese sind detaillierter im Ergebnisse in Kapitel 2.6.1 erläutert. Ergebnisse von Lo [80] zeigen allerdings, dass die mit diesem Ansatz berechnete Koaleszenzrate zu hoch ist. Auf ähnlichen Annahmen wie bei Prince und Blanch beruht der Ansatz von Colin [24]. Es wird auch diskutiert, ob die Annahmen dieser Theorie für höhere Gasgehalte wegen der gegenseitigen starken Wechselwirkungen der Blasen untereinander noch gelten. Es wird von Wu et al. [132] vorgeschlagen, Korrekturfunktionen in Abhängigkeit vom Gasgehalt einzuführen.

Da nicht jede Kollision zur Koaleszenz führt, wird die Koaleszenzeffizienz eingeführt. Durch einen Vergleich von Koaleszenzzeit und Interaktionszeit der Blasen in der Strömung wird die Effizienz über eine Wahrscheinlichkeitsbetrachtung formuliert.

$$\eta_K = e^{-[\text{Koaleszenzzeit} / \text{Interaktionszeit}]}$$

Diese stellt ein Maß für die Wahrscheinlichkeit dar, dass die Blasen lange genug aneinander lagern und der Flüssigkeitsfilm, gebildet an der Berührungsfläche der Blasen, Zeit zum Ausfließen hat. Mit verschiedenen Modellen für das Filmausfließen (s.o.) läßt sich die Koaleszenzzeit größenordnungsmäßig bestimmen. Die Interaktionszeit kann nach Lee et al. [76] größenordnungsmäßig bestimmt werden. Die großen Unsicherheiten hierbei erfordern noch experimentelle Absicherung.

### 2.4.3 Blasenzerfall in turbulenten Strömungen

In turbulenten Strömungen, die hier betrachtet werden sollen, findet der Blasenzerfall hauptsächlich durch die aus turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten resultierenden Druckkräfte statt. Die Oberfläche der Blasen wird durch Turbulenzwirbel deformiert und zerreißt nach Hinze [50], wenn die kinetische Wirbelenergie die Oberflächenenergie übersteigt. Es bilden sich zwei oder mehr Tochterblasen. Haupteinflussgrößen auf die Zerfallsrate in turbulenten Blasenströmungen sind neben Stoffgrößen, wie Viskosität und Oberflächenspannung, die Blasendurchmesser und die Turbulenzgrößen der kontinuierlichen Phase.

Zur Berechnung der stabilen Blasengröße wird eine turbulente Weber-Zahl (im Gegensatz zur Düsenweberzahl in Kapitel 2.4.1 mit der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeit  $u'$  gebildet) herangezogen:

$$We_t = \frac{\rho_L u'^2 d}{\sigma} \quad (2.28)$$

Nach Kolev [63] hat die kritische Weberzahl, ab der Zerfall stattfindet, für Gas-Flüssigkeit-Systeme etwa den Wert zwei. Die turbulente Schwankungsgeschwindigkeit  $u'$  wird dabei über die Dissipationsrate ausgedrückt (siehe Gleichung (2.14)). Zur Berechnung wird angenommen, dass nur Wirbel in der Größenordnung der Blasen einen Zerfall bewirken können ( $\lambda = d$ ).

Nach Walter und Blanch [126] ist der Zerfallsvorgang in turbulenter Strömung geprägt von einer hantelförmigen Verzerrung der Blase vor dem Zerfall. Der Zerfall dauert nach ihren

Beobachtungen ca. 25 ms für Wasser/Luft-Systeme. Hesketh et al. [47,48] ermittelten mit einer High-Speed-Kamera die kürzesten Zerfallszeiten von Blasen in turbulenten Strömungen mit 10 ms und korrelieren die Zerfallrate mit der Dissipationsrate, die für eine Rohrströmung aus dem Reibungsdruckverlust bestimmt werden kann. Viskose und Grenzflächenkräfte, beeinflusst durch oberflächenaktive Substanzen, wirken der Blasenverformung entgegen. Um dies zu berücksichtigen, stellen Walter und Blanch eine eigene Korrelation zur Bestimmung der stabilen Blasengröße auf. Martinez et al. [86] messen die Blasengrößenverteilung in einem Zwei-Phasen-Jet bei verschiedenen Turbulenzgraden in Strömungen geringer Blasendichte. Die Blasengrößen liegen unter 1 mm, was auf sehr hohe Turbulenz hindeutet.

Für die Formulierung der Zerfallsrate wird meist analog zur Koaleszenzrate vorgegangen. Für die Zerfallsrate wird folgender formaler Ansatz getroffen:

$$\text{Zerfallsrate} = \text{Kollisionsrate} \{ \text{Blase} / \text{Wirbel} \} \times \text{Zerfallseffizienz}$$

Für die Kollisionsrate zwischen Blase und Wirbel existieren bislang nur sehr einfache empirische Ansätze, z.B. der Ansatz von Lee et al. [76] aus einfacher Dimensionsanalyse. Von Grienberger [39] und Millies [90] wird eine aus eigenen Messungen ermittelte Korrelation eingesetzt. Grienberger merkt zum Ansatz von Lee an, dass er mit steigendem Blasendurchmesser eine sinkende Zerfallsrate berechnet, was der Realität widerspricht. Für die Zerfallseffizienz gibt Lee einen Ausdruck an, der der Wahrscheinlichkeit proportional ist, dass die lokale kinetische Wirbelenergie größer ist als der örtliche Anteil der Oberflächenenergie der Blase. Beim Zerfall der Blasen wird bislang meist ein binärer Zerfall berücksichtigt, obwohl auch beobachtet wurde, dass sich beim Zerfall mehr als zwei Tochterpartikel bilden [62]. Beim binären Zerfall wird zusätzlich eine Zufallsfunktion aufgestellt, die angibt, welche beiden Blasengrößen beim Zerfall entstehen (Tochterblasengrößenverteilung). Hierfür werden verschiedene Verteilungsfunktionen von Fleischer [31] untersucht. Weitere theoretische Betrachtungen zum Blasenzerfall sind in Kapitel 2.6.2 dargestellt.

#### 2.4.4 Transport

Die Blasentransportgeschwindigkeit ergibt sich aus der Summe der auf die Blase wirkenden Kräfte. Durch den unterschiedlich schnellen Transport unterschiedlich großer Blasen wird eine räumliche Klassierung bewirkt, die für Trennvorgänge wichtig ist. Bei der Gasabscheidung ist vor allem die Kenntnis der Transportgeschwindigkeit der kleinsten Blasen wichtig, um sicherzustellen, dass diese abgetrennt werden. Die Berechnung von Gasabscheidern wird beispielsweise durchgeführt bei chemischen Gas-Flüssigkeits-Reaktoren [23] und Gasabscheidung aus Schmelzen [10]. Die örtliche Blasengrößenverteilung stellt sich in Abhängigkeit von der Transportgeschwindigkeit der einzelnen Blasengrößenklassen ein. Die Transportgeschwindigkeiten werden basierend auf Einzelblasenbetrachtungen aufgestellt und ggf. erweitert, um den Gasvolumenanteil zu berücksichtigen.

Durch den großen Dichteunterschied zwischen Gas- und Flüssigphase ist bei Blasenströmungen die Relativgeschwindigkeit zwischen den Phasen hauptsächlich durch den Auftrieb bestimmt. Zahlreiche Korrelationen zur Bestimmung der stationären Aufstiegsgeschwindigkeit finden sich bei Tomiyama [117] und Fan [30].

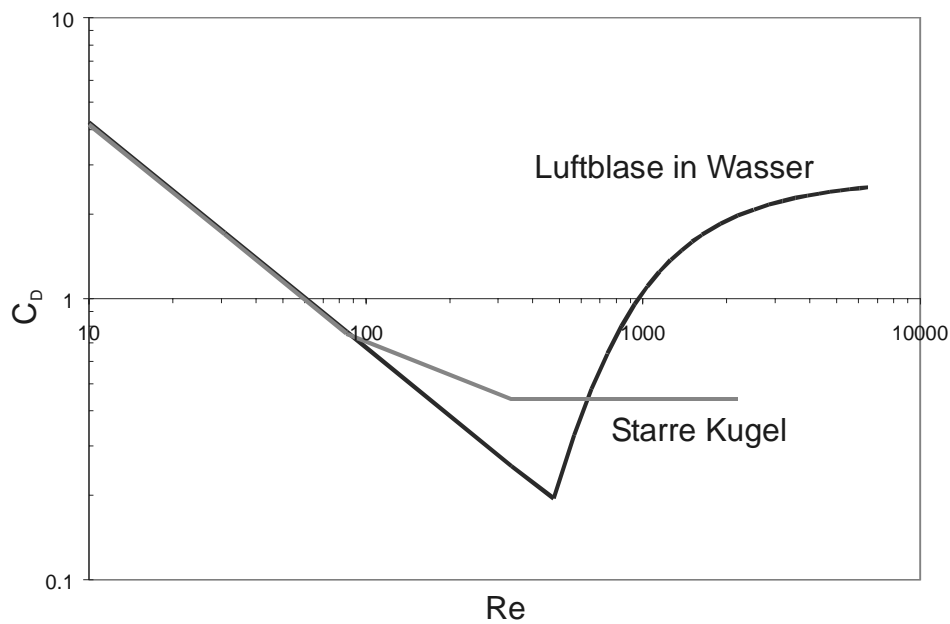
Für kleine, laminar umströmte Blasen ( $Re < 0.4$ ) wird das Stokes'sche Widerstandsgesetz verwendet. Bei höheren Reynoldszahlen kann für einen weiten Durchmesserbereich eine Beziehung nach Mendelson [87] (Gleichung (2.29)) für die stationäre Aufstiegsgeschwindigkeit von Luftblasen in ruhendem Wasser verwendet werden. Diese ist gültig für ellipsoide Blasen mit innerer Zirkulation bis hin zu Schirmblasen (Kugelhappenform), d.h. in einem Durchmesserbereich von etwa 1 mm bis 20 mm.

$$\bar{u}_{rel} = \left( \frac{2\sigma}{\rho_L d} + \frac{(\rho_L - \rho_G)gd}{2\rho_L} \right)^{1/2} \quad (2.29)$$

Bei der Euler/Euler Betrachtung der Zweiphasenströmung ist für die Bestimmung der Gasgeschwindigkeit die genaue Kenntnis des Widerstandsbeiwertes wichtig. Bei Tomiyama finden sich einige Korrelationen hierfür. Dieser kann auch, bei Vernachlässigung der Wechselwirkungen zwischen Blasen, aus einer einfachen Kräftebilanz  $F_{Auftrieb} = F_{Widerstand}$  (vgl. hierzu auch die Bewegungsgleichung in Kapitel 2.1.2) bestimmt werden. Zur Berechnung von  $C_D$  für die eindimensionale Bewegung von Blasen größer als 1 mm setzt man hier die Aufstiegsgeschwindigkeit aus Gl. (2.29) ein.

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{(\rho_L - \rho_G)dg}{\rho_L \bar{u}_{rel}^2} = \frac{4}{3} Fr^{-1} \quad (2.30)$$

Als Funktion von  $Re = u_{rel}d/\nu$  dargestellt, ergibt sich der in Abb. 2.4 dargestellte Verlauf. Für kleine Reynoldszahlen verhalten sich die Blasen fast wie feste Kugeln (Stokes Bereich). Bei mobiler Phasengrenzfläche ist der Widerstandsbeiwert für Blasen von 1-2 mm kleiner als für gleichgroße Blasen, da die Phasengrenzfläche „abrollt“. Bedingt durch die Verformung der Blase und die taumelnde Aufstiegsbewegung steigt der Widerstandsbeiwert für höhere Reynoldszahlen wieder an, im Gegensatz zur festen Kugel, wo sich bei gleichförmiger Anströmung und Erreichen des Newton'schen Bereichs ein fast konstanter  $C_D$ -Wert einstellt.



**Abb. 2.4 Verlauf des  $C_D$ -Wertes als Funktion der Reynoldszahl für starre Kugeln, berechnet mit Korrelationen aus „Verfahrenstechnischen Berechnungsmethoden“ [129], und für Blasen mit Gln. (2.29) und (2.30)**

## 2.5 Theoretische Bestimmungsmöglichkeit der Blasengröße

Für eine Vielzahl von Strömungskonfigurationen existieren empirische oder halbempirische Korrelationen zur Bestimmung der Blasengröße. Für verfahrenstechnische Fragestellungen wird dabei als Ergebnis oft der Sauterdurchmesser angegeben, da dieser zur Berechnung des Stoffübergangs benötigt wird. Man kann zwischen der Berechnung der Primärblasengrößen und der Berechnung der mittleren Blasengrößen, die sich aus dem Strömungsfeld in bestimmten Apparateformen ergibt, unterscheiden.

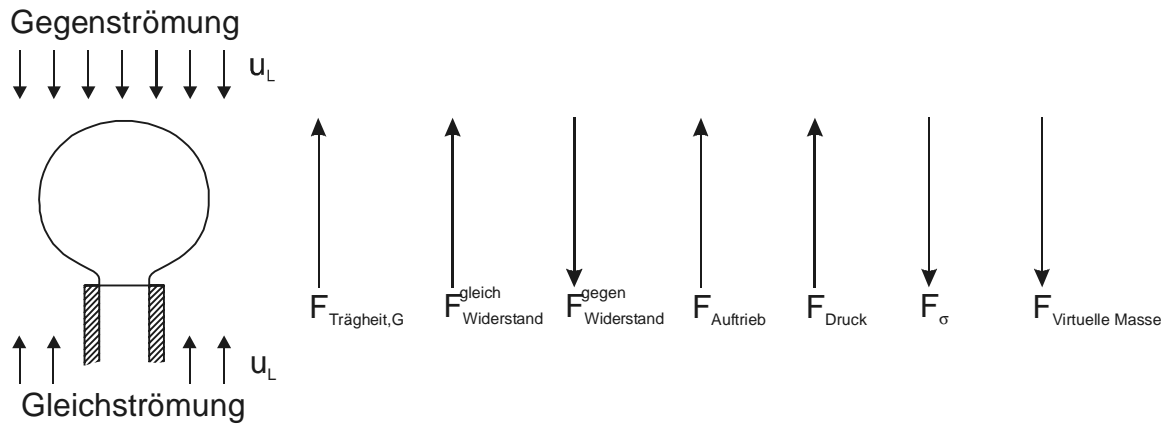
Unter den Primärblasen versteht man die Blasen, die an der Eindüsung oder durch Verdampfung beispielsweise an einer Heizfläche entstehen und sich dann ablösen. Bei geringen Gasgehalten und niedrigem Turbulenzniveau, d.h. wenn keine Strömungsbedingungen vorliegen, die die Blasengröße deutlich ändern, kann die Primärblasengröße auch als charakteristische Blasengröße für den gesamten Apparat angenommen werden. Die Berechnung der Primärblasengröße ist in Kapitel 2.5.1 erläutert.

Verändern die Strömungseigenschaften eines Apparates die Eintritts- oder Primärblasengröße deutlich, werden durch Messungen validierte, empirische Korrelationen eingesetzt, die die mittlere Blasengröße in Abhängigkeit vom Apparatetyp und charakteristischen Strömungsparametern berechnet. Diese werden häufig für die Vorauslegung und Dimensionierung verfahrenstechnischer Apparate eingesetzt (siehe Kapitel 2.5.2).

### 2.5.1 Berechnung der Primärblasengrößen an der Eindüsung

Übersichten über Berechnungsverfahren der an Düsen gebildeten Blasen finden sich in Tsuge [124], Kumar und Kuloor [67] und Rübiger und Vogelpohl [96]. Der Großteil der

Berechnungsansätze beruht auf einer Bilanzierung der Kräfte auf eine einzelne Blase, also einer Lagrange'schen Betrachtungsweise.



**Abb. 2.5 Kräfte bei der Blasenbildung an einer Düse**

Die Impulsbilanz für eine sich bildende Blase gemäß Abb. 2.5 ist somit:

$$\frac{d(\rho_G v_{Blase} u_{Blase})}{dt} = F_{Trägheit,G} = F_{Widerstand} + F_{Auftrieb} + F_{Druck} + F_{\sigma} + F_{Virtuelle\ Masse} \quad (2.31)$$

Je nachdem, welcher Blasenbildungsmechanismus vorliegt, können bestimmte Kräfte vernachlässigt werden. Die Richtung der Widerstandskraft hängt maßgeblich von der überlagerten Flüssigkeitsströmung ab [88]. Für den Bereich des Blasengasens in ruhenden Flüssigkeiten schlagen Davidson und Schüler [26] ein Modell unter der Annahme des Kräftegleichgewichts zwischen Trägheitskraft der Flüssigkeit und der Auftriebskraft der Blase vor. Die Blase bildet sich nach diesem Modellansatz am Ende eines Gasschlauchs. Es wird angenommen, dass eine Blase sich vom Gasschlauch löst, wenn ihr Abstand von der Düse  $d/2$  beträgt. Das bedeutet, dass sich hintereinander gebildete Blasen gerade berühren.

Bei der Blasenbildung mit überlagelter Flüssigkeitsströmung wird von Chuang [20] in einer Kräftebilanz zusätzlich die Widerstandskraft berücksichtigt, wodurch bei Gleichströmung die Blasen früher ablösen und kleiner sind als in ruhender Flüssigkeit.

Die entstehenden Blasengrößen beim Strahlgasen werden bislang auf empirischer Basis mittels dimensionsloser Kennzahlen bestimmt, z.B. nach Brauer [15]. Rübiger [96] entwickelte ein mechanistisches Modell, um die Bildung kleinerer Sekundärblasen zu berechnen. Allerdings enthält auch dieses Modell empirische Anpassungskoeffizienten. Schwarzer [103] berücksichtigt in seinem Modell die Wechselwirkung zwischen unmittelbar hintereinander gebildeten Blasen und kann so eine Blasengrößenverteilung der gebildeten Blasen modellmäßig abbilden. Insgesamt ist eine genaue Berechnung der Blasengrößenverteilung beim Strahlgasen noch mit großen Unsicherheiten behaftet. Insbesondere die Wechselwirkungen der Blasen untereinander sowie die Wirkung der Blasen auf das Fluid sowie die Rückwirkung des turbulent strömenden Fluids auf die Blasenbildung lassen sich mit den bestehenden Ansätzen nur sehr grob berücksichtigen.

### ***2.5.2 Empirische Korrelationen auf Basis von dimensionslosen Kennzahlen zur Bestimmung des mittleren Blasendurchmessers für bestimmte Apparateformen***

Über eine Dimensionsanalyse (siehe z.B. Zlokarnik [136]) lassen sich dimensionslose Kennzahlen aufstellen, die genutzt werden können, um die Blasengrößen oder den Stoffübergangskoeffizienten abzuschätzen. Bei Zlokarnik finden sich eine Reihe von Anwendungsbeispielen wie Strömungsrrohr, Blasensäule oder Rührkessel. Die Anwendung der so ermittelten Abhängigkeiten ist jeweils auf bestimmte Bauformen und einen begrenzten, experimentell validierten, Wertebereich der Strömungsparameter beschränkt. Beispielfhaft seien hier einige Korrelationen erwähnt.

Bei rein fluiddynamischer Betrachtung sind folgende Kennzahlen von Bedeutung: Reynolds-, Weber-, Froude-, Bond-, Archimedes- und Newton-Zahl. Dazu kommen noch die Geometriegrößen (z.B. Durchmesser-Verhältnisse) und die Durchsätze oder Verweilzeit kennzeichnende Größen.

Eine Korrelation zur Berechnung des Sauterdurchmessers in Blasensäulen leiten Akita und Yoshida her [2]. Der für die Primärblasengröße und den Blasenzerfall wichtige Energieeintrag, der im stationären Zustand der Dissipation entspricht, wird über die eingebrachte Gasmenge bestimmt. Weitere Untersuchungen wurden von Mersmann durchgeführt [88].

Bei Rührkesseln mit mechanischem Energieeintrag, der über die Newton-Zahl ausgedrückt werden kann, wird die Blasengröße über Korrelationen mit Hilfe der Weber-Zahl (siehe z.B. eine Übersicht von Kraume et al. [65]) bestimmt.

Für statische Mischer in Rohrleitungen existieren sehr viele Messdaten, so daß hier die Weber-Reynolds-Korrelationen (z. B. nach Streiff et al. [111]), außer für wenige Stoffe im hochviskosen Bereich, gute Ergebnisse liefern können.

Allerdings können diese Korrelationen nicht berücksichtigen, dass sich die Blasengrößen in technischen Apparaten räumlich und zeitlich sehr stark ändern können. So merkt Zlokarnik [136] bei der Analyse von Blasensäulen an, dass auch ein, nur durch Messungen anpassbarer, Koaleszenzparameter zu berücksichtigen ist, um ein Scale-up durchzuführen. Außerdem wird die Verteilungsfunktion der Blasengrößen nicht berücksichtigt, sondern nur ein mittlerer Blasendurchmesser berechnet.

## **2.6 Populationsbilanzen zur Berechnung der veränderlichen Anzahldichte-Verteilungsfunktion**

In Gas-/Flüssig-Systemen, in denen Koaleszenz, Zerfall, Blasenwachstum durch Verdampfung/Kondensation oder starke Druckänderungen stattfinden, kann die Veränderung der Anzahldichte-Verteilungsfunktion (ADV)  $f(v)$  berücksichtigt werden. Gleichung (2.32) ist hierfür die Transportgleichung in einem adiabaten, nicht-reagierenden System, wie es in den hier dargestellten Untersuchungen vorlag. Sie wird als Populationsbilanz bezeichnet, grundlegende Untersuchungen wurden von Randolph durchgeführt [98]. Die Variablen sind hierbei raum- und zeitgemittelt. Die dafür notwendigen Mittelungsoperatoren sind in den nachfolgenden Betrachtungen aus Übersichtlichkeitsgründen weggelassen worden.

$$\frac{\partial f(v)}{\partial t} + \nabla \cdot [f(v) \vec{v}_G(v)] = \underbrace{S_{\text{Koaleszenz}} + S_{\text{Zerfall}} + S_{\text{Stoffübergang}} + S_{\text{Druck}}}_{\text{Quellterme } S(v)} \quad (2.32)$$

Zur Formulierung der Populationsbilanz und insbesondere zur Modellierung der Quellterme  $S(v)$  auf der rechten Seite sei auf eine Vielzahl von theoretischen Untersuchungen verwiesen (z.B. in [31,42,62,80,90,94,97,122]). Populationsbilanzen sind die detaillierteste, aber auch aufwändigste Methode zur Bestimmung der Blasengrößen. Die Quellterme für Koaleszenz und Zerfall geben die pro Volumen- und Zeiteinheit ablaufende Anzahl dieser Vorgänge an. Durch Stoffübergang und Druckänderung verändert sich die Blasengröße, die Gesamtblasenanzahl im System bleibt jedoch unverändert. Der Druckterm wird formal von Milies und Mewes [90] aufgestellt. Er fällt weg, wenn die Populationsbilanz für die Blasenmassen aufgestellt werden, wie von Fleischer [31] dargestellt, da hierbei keine Druckabhängigkeit besteht. Der Quellterm für den Stoffübergang wird formal aus dem Stoffübergangsterm für Einzelblasen hergeleitet und mit der Anzahldicke multipliziert.

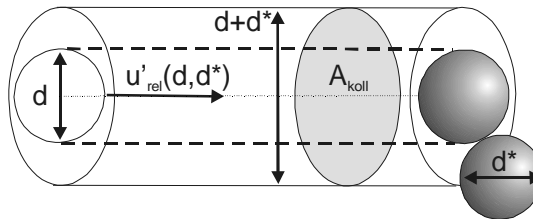
Der Mangel an geeigneten Meßdaten verhinderte jedoch bislang die genaue Überprüfung der aufgestellten theoretischen Modelle für die Quellterme insbesondere für turbulente Gas-Flüssigkeits-Strömungen mit hohem Gasgehalt und Großblasen.

### 2.6.1 Koaleszenzquellterme

Die Kollisionsrate der Blasen untereinander berechnet sich wie diejenige von Molekülen in einem Gas. Da nicht jede Kollision zu einer Koaleszenz führt, wird von Prince und Blanch [94] eine Koaleszenzeffizienz eingeführt. Üblicherweise wird in den Populationsbilanzen eine Aufspaltung des Quellterms in einen Birth-Term für das Hinzukommen von Blasen zu einer Größenklasse und einen Death-Term für das Verschwinden von Blasen in einer Klasse vorgenommen.

$$S_{\text{Koaleszenz}} = B_{\text{Koaleszenz}} - D_{\text{Koaleszenz}} \quad (2.33)$$

Basierend auf der kinetischen Gastheorie wird ein Stoßquerschnitt  $A_{\text{koll}}$  und eine charakteristische Schwankungsgeschwindigkeit  $u'_{\text{rel}}$  der Blasen, die zu den Zusammenstößen führt, definiert.



**Abb. 2.6 Geometrische Verhältnisse beim Zusammenstoß von zwei Blasen**

Der Kollisionsquerschnitt ergibt sich aus geometrischen Überlegungen für zwei (kugelförmige) Blasen verschiedenen Durchmessers mit:

$$A_{\text{koll}}(v, v^*) = \frac{\pi}{4} \left[ \left( \frac{6}{\pi} v \right)^{1/3} + \left( \frac{6}{\pi} v^* \right)^{1/3} \right]^2 \quad (2.34)$$



Dies führt zu den Formulierungen der Birth- und Death-Terme, die von den meisten Autoren verwendet wird. Unterschiede bestehen teilweise in der Wahl von Vorfaktoren. Ungeklärt ist allerdings, wie genau die Kollisionsrate mit diesen Vereinfachungen bestimmt werden kann, da eine experimentelle Validierung nicht möglich ist.

$$B_{\text{Koaleszenz}} = \int_0^{v/2} \underbrace{A_{\text{koll}}(v-v^*, v^*) u'_{\text{rel}} f(v-v^*) f(v^*)}_{\text{Kollisionsrate}} \underbrace{\eta_K}_{\text{Effizienz}} dv^* \quad (2.35)$$

$$D_{\text{Koaleszenz}} = \int_0^\infty \underbrace{A_{\text{koll}}(v, v^*) u'_{\text{rel}} f(v) f(v^*)}_{\text{Kollisionsrate}} \underbrace{\eta_K}_{\text{Effizienz}} dv^* \quad (2.36)$$

In turbulenten Strömungen ergibt sich die mittlere Relativgeschwindigkeit zwischen Blasen aus der Turbulenz der flüssigen Phase, d.h. zur Lösung der Populationsbilanzen ist es notwendig, die Turbulenz entweder aus Messungen oder detaillierten Berechnungen zu kennen. Gebräuchlich ist die Berechnung über Gleichung (2.14) unter der Annahme von lokaler Isotropie und, dass hauptsächlich Wirbel in der Größenordnung der Blasen eine Kollision bewirken.

$$u'_{\text{rel}} = 1.4(\varepsilon_t d)^{1/3} \quad (2.37)$$

Bei unterschiedlich großen Blasen wird auch der arithmetische Mittelwert der Schwankungsgeschwindigkeiten der beiden Blasen herangezogen (z.B. von Prince und Blanch). Die genaue Quantifizierung dieser Berechnung der Blasenrelativgeschwindigkeiten, die auf einigen Vereinfachungen basierenden, wurde bislang nicht umfassend durchgeführt. Insbesondere wurden viele Untersuchungen nur bei sehr geringen Gasgehalten von wenigen Prozent durchgeführt, die Dissipationsrate wurde nur selten messtechnisch bestimmt.

Die Effizienz wird ebenfalls durch die Turbulenz beeinflusst, hängt aber in starkem Maße auch von der stofflichen Zusammensetzung der Phasen ab. Details siehe hierzu in Kapitel 2.4.2. Einflussgrößen sind neben Stoffgrößen die Blasendurchmesser, der volumetrische Gasgehalt, mittlere Blasengeschwindigkeiten und die Dissipationsrate als Maß für die turbulenzbedingten Schwankungsgeschwindigkeiten der Blasen und damit die Interaktionszeit z.B. nach Tsouris und Tavlaridis [122]. Neben der Formulierung der Koaleszenzeffizienz über Koaleszenzzeit (siehe Kapitel 2.4.2.2) und Interaktionszeit wird von Lehr und Mewes [77] auch ein auf der Blasenrelativgeschwindigkeit basierender Ansatz getroffen. Er geht von der Beobachtung von Zusammenstößen aus, bei denen eine hohe Annäherungsgeschwindigkeit nicht zur Koaleszenz führt.

### 2.6.2 Zerfallsquellterme

Die Formulierung der Quellterme geschieht formal wie bei den Koaleszenzquelltermen. Hier wird nur turbulenzinduzierter Zerfall betrachtet, da die in dieser Arbeit untersuchten Strömungen hochturbulent sind. Ein sehr detailliertes Zerfallsmodell wird von Luo and Svendsen [83] vorgestellt. Zerfall wird als Kollision von Blasen mit Wirbeln ebenfalls in Analogie zu molekularen Kollisionen modelliert. Die Effizienz einer solchen Kollision wird über Energiebetrachtungen berechnet. Mit steigendem Verhältnis zwischen Wirbelenergie zu Oberflächenenergie steigt auch die Wahrscheinlichkeit für einen Zerfall. Zur Bestimmung der Quell-

terme ist die Kenntnis der Anzahldichte der Wirbel mit der charakteristischen Wirbellänge  $\lambda$  notwendig. Diese Größe ergibt sich aus dem Turbulenzspektrum. Da hierüber oft keine detaillierten Informationen vorliegen, kann die Wirbelanzahldichte vereinfacht bei Annahme der Existenz eines Trägheitsunterbereichs und von lokal isotroper Turbulenz bestimmt werden. Es ergibt sich nach Luo und Svendsen ein Zusammenhang zwischen Wirbelanzahldichte und Wirbelgröße  $\lambda$  mit  $n(\lambda) \propto \lambda^{-4}$ .

$$S_{\text{Zerfall}} = B_{\text{Zerfall}} - D_{\text{Zerfall}} \quad (2.38)$$

$$B_{\text{Zerfall}} = \int_v^{v_{\max}} \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \underbrace{A_{\text{koll}}(d^*, \lambda) u'_{\text{rel}} f(v^*) n(\lambda)}_{\text{Kollisionsrate}} \underbrace{\eta_Z}_{\text{Effizienz}} d\lambda p(v^*, v) dv^* \quad (2.39)$$

$$D_{\text{Zerfall}} = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \underbrace{A_{\text{koll}}(d, \lambda) u'_{\text{rel}} f(v) n(\lambda)}_{\text{Kollisionsrate}} \underbrace{\eta_Z}_{\text{Effizienz}} d\lambda \quad (2.40)$$

Im Birth-Term muss eine Größenverteilungsfunktion für die entstehenden Tochterblasen  $p(v^*, v)$  angenommen werden. Beispiele hierfür sind Gleichverteilung, monodisperse Verteilung (Zerfall in zwei gleichgroße Blasen) oder Beta-Verteilung, wie von Fleischer [31] vorgeschlagen. Die Relativgeschwindigkeit zwischen Blase und Wirbel wird in Analogie zu Partikelstößen mit Gleichung (2.37) bestimmt, wobei dann der Wirbeldurchmesser als charakteristische Länge angenommen wird.

### 2.6.3 Lösungsmethoden für die Populationsbilanz

Da die Populationsbilanzen häufig gekoppelt mit weiteren Bilanzgleichungen (Berechnung des Strömungsfeldes, Stoff- und Wärmeübergang, chemische Reaktionen) gelöst werden, ist es wichtig, den numerischen Aufwand möglichst gering zu halten.

Die Diskretisierung der Populationsbilanz in diskrete Volumenklassen ist die detaillierteste Methode der Lösung. Hierbei wird für jede Volumen-Größenklasse eine eigene Erhaltungsgleichung aufgestellt und gelöst. Hierdurch entsteht bei äquidistanten Volumenklassen abhängig vom gewählten minimalen Volumen ein sehr großes Gleichungssystem, das mit großem rechnerischen Aufwand gelöst werden muss [6]. Eine Kopplung mit einer detaillierten Strömungsberechnung (CFD) ist mit derzeit verfügbarer Rechenleistung nicht möglich. Um die Anzahl zu lösender Gleichungen zu reduzieren, können andere Klasseneinteilungen gewählt werden. Von Grienberger [39] und Hagesaehter [42] wird vorgeschlagen mit jeder Klasse das Blasenvolumen zu verdoppeln, entsprechend einer geometrischen Reihe. Im MUSIG-Modell nach Lo [80] werden äquidistante Durchmesserklassen verwendet. Mit diesen vorgeschlagenen Diskretisierungsmethoden kann die Klassenanzahl größenordnungsmäßig auf 10 reduziert werden. Es kann aber dazu führen, dass bspw. bei einer Koaleszenzberechnung der entstehende Blasendurchmesser nicht in der nächstgrößeren Durchmesserklasse liegt. Bei Anwendung dieser Vorgehensweise muss deshalb nach Hagesaehter für die Berechnung der Koaleszenz- und Zerfallsterme eine Verteilung der Blasenanzahl auf benachbarte Klassen durchgeführt werden, um die integrale Massen- und Anzahlerhaltung zu gewährleisten.

Eine weitere Reduzierung der Anzahl der zu lösenden Erhaltungsgleichungen bietet die Lösung der Populationsbilanz auf der Basis der statistischen Momente. Formal wird dazu die Populationsbilanz gemäß der Momentendefinition der ADV, Gleichung (2.17), integriert, wie von Kocamustafaogullari und Ishii [62] gezeigt. Wird nur Koaleszenz und Zerfall berücksichtigt, ergibt sich:

$$\int_0^{\infty} v^k \frac{Df(v)}{Dt} dv = \underbrace{\int_0^{\infty} v^k (B_K - D_K) dv}_{Y_k m_0^2} + \underbrace{\int_0^{\infty} v^k (B_Z - D_Z) dv}_{\Omega_k m_0} \quad (2.41)$$

Aus den Birth- und Death-Termen wird die Gesamtanzahldichte bzw. das nullte Moment ausgeklammert und man erhält dadurch den Koaleszenzkernel und den Zerfallskernel.

Mit Hilfe der Momentendefinition kann die Populationsbilanz in Transportgleichungen für jedes Momente umgewandelt werden. Es ergeben sich beispielsweise die Transportgleichung für den Gasgehalt (gemäß der Euler-Euler-Modellierung), für die Grenzflächenkonzentration oder die Blasenanzahldichte. Eine Erhaltungsgleichung für die Blasenanzahldichte, das nullte Moment der ADV, wird von Milies und Mewes [90] eingesetzt. Sehr häufig eingesetzt werden von verschiedenen Autoren [57,77,62,132] Erhaltungsgleichungen für die Grenzflächenkonzentration.

Es müssen um so mehr Momente berechnet werden, je komplexer die Form der Blasengrößenverteilung ist. Bislang existieren aber keine systematischen Untersuchungen darüber, in welchem Verhältnis der rechnerische Aufwand zur gewünschten Genauigkeit stehen muss.

Weiterhin besteht ein Schließungsproblem, da die Quellterme immer höhere Momente enthalten, die nicht durch die Erhaltungsgleichungen berechnet werden [97]. Es muss deshalb eine bestimmte Form der Blasengrößenverteilung angenommen werden, um jedes beliebige Moment berechnen zu können. Möglichkeiten hierfür sind monodisperse Verteilungen, ein- und zweiparametrische Verteilungsfunktionen oder die Annahme selbstähnlicher Verteilungen. Zur Lösung des Schließungsproblems schlagen Marchisio et al. [85] eine Verwendung von gewichteten Residuen vor. Hierfür sind aber bereits sechs Momentengleichungen zu lösen.

Die Erhaltungsgleichung für das erste Moment entspricht der Massenerhaltungsgleichung (Kontinuitätsgleichung), die in Strömungsberechnungen ohnehin erfüllt sein muss. Die Koaleszenz und Zerfallsterme verschwinden hierin, was auch als Kontrolle für die verwendeten Koaleszenz- und Zerfallsansätze und die Diskretisierung eingesetzt werden kann. Der wichtigste Punkt bei der Aufstellung der Momentengleichungen ist die Formulierung der Quellterme.

Zur Lösung der Gleichungen ist weiterhin die Kenntnis der Blasengeschwindigkeit der jeweiligen Blasenklasse mit dem Volumen  $v$  notwendig. Grundsätzlich müsste für jede Blasenklasse also zusätzlich auch noch eine Impulsbilanzgleichung gelöst werden. Zur Vereinfachung können beispielsweise gleiche Geschwindigkeiten für alle Blasen angenommen werden [80].

Unsicherheit besteht auch bei der Wahl der Randbedingungen für die Berechnung der Populationsbilanzen. Es muss eine Anzahldichteverteilung beispielsweise aus Messungen (siehe Kapitel 2.7.2) bekannt sein, wobei diese stets mit einem Messfehler behaftet sind. Oder es

muss eine theoretische Primärblasengröße vorgegeben werden. Es ist aber weitgehend unbekannt, inwieweit die in der Literatur vorhandenen Modelle zur Berechnung der entstehenden Blasengröße (z.B. an Düsen, siehe 2.5.1) mit der Populationsbilanz gekoppelt werden können.

## **2.7 Messverfahren zur Bestimmung von relevanten Strömungsparametern in Gas-Flüssigkeits-Strömungen**

Der Schwerpunkt dieser Arbeit ist die experimentelle Validierung von Methoden zur Bestimmung der Blasengrößen in turbulenten Gas-Flüssigkeits-Strömungen. Im folgenden sollen kurz ein Überblick über gebräuchliche Messverfahren gegeben werden, mit denen die Blasengrößenverteilungen und die sie beeinflussenden Strömungsparameter, insbesondere die Turbulenz, die Phasengeschwindigkeiten und der Gasgehalt, bestimmt werden können. Dabei wird insbesondere darauf eingegangen, inwieweit sich die einzelnen Methoden für Strömungen mit hohem Gasgehalt eignen.

### ***2.7.1 Mittlere Phasengeschwindigkeiten und Turbulenz***

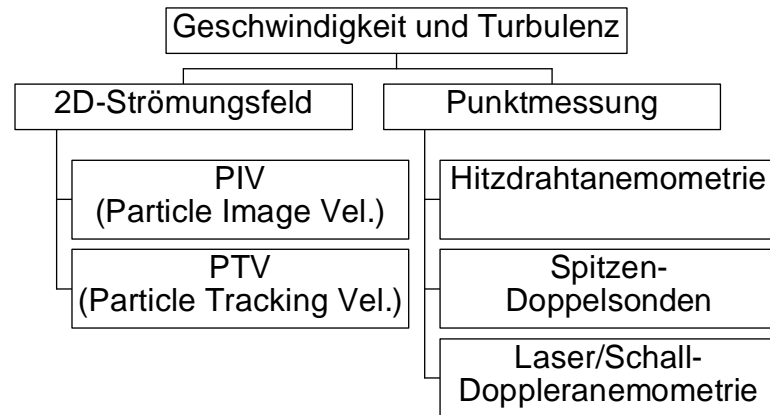
Einen Überblick über gängige Verfahren gibt Abb. 2.7. In einphasigen und zweiphasigen Strömungen geringen Gasgehalts sind optische Methoden die genaueste Möglichkeit, Geschwindigkeit und Turbulenz der kontinuierlichen Phase zu bestimmen, sie werden aber mit steigendem Dispersphasenanteil ungenauer, da durch die Phasengrenzen verstärkt Streuung, Brechung und Absorption eines Lichtstrahls auftritt.

Die 2D-Methoden ermitteln das momentane räumliche Geschwindigkeitsfeld. Häufig genutzt wird die Particle Image Velocimetry [1]. Durch Zugabe von Tracerpartikeln in die Flüssigphase kann bei geeigneter Belichtung mit einem Laserlichtschnitt das Geschwindigkeitsfeld durch Korrelation von Bildbereichen ermittelt werden. Diese Methode kann für mehrphasige Strömungen bis zu einem Gasanteil von etwa 2-3% eingesetzt werden. Wenn die Blasen klein genug sind (deutlich kleiner als ein Millimeter), können auch diese als „Tracer“ eingesetzt werden. Eine simultane Bestimmung der Geschwindigkeiten der kontinuierlichen und der dispersen Phase ist möglich, wenn durch einen geeigneten Auswertalgorithmus die Signalanteile von Blasen und Tracerpartikeln getrennt werden können, wie von Bröder [16] dargestellt. Als Punktmessung wird die Laser-Doppler-Anemometrie häufig auch in Mehrphasenströmungen eingesetzt (z.B. in Gas-Flüssigkeits-Strömungen [70]), wobei auch hier der optische Zugang zum Messvolumen gegeben sein muss und der Gasgehalt beschränkt ist.

In mehrphasigen Strömungen mit hohem Gasgehalt können zur Messung der lokalen Geschwindigkeiten nur intrusive Sonden eingesetzt. Für die Bestimmung der Flüssigkeitsgeschwindigkeit eignen sich Heißfilmsonden oder Hitzdrahtsonden in verschiedenen Bauformen, je nachdem, welche räumliche Geschwindigkeitskomponenten ermittelt werden sollen (siehe Übersicht bei Bruun [19]). Durch einen geeigneten Blasenselektionsalgorithmus werden die Signalanteile, die durch Blasen entstehen, herausgeschnitten (siehe Benk et al. [8]).

Für die Bestimmung der Gasphasengeschwindigkeit eignen sich intrusive Doppel-Spitzensonden, die je nach vorliegender Phase am Sensor verschiedene Signalamplituden liefern. Dies kann auf verschiedenen physikalischen Eigenschaften der Phasen beruhen (Leitfähigkeit [55] oder Lichtbrechung [110]). Hierbei ist die Messung einer oder mehrerer Geschwin-

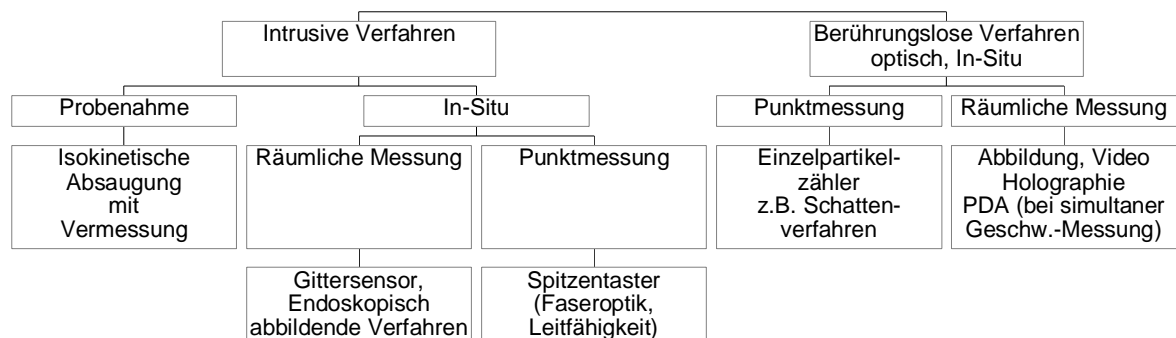
digkeitskomponenten möglich. Die Auswertung erfolgt durch Korrelation der Phasenindikatorfunktionen von zwei räumlich getrennten Spitzen (siehe z.B. [99]). Durch Mehrsondenanordnungen können alle Geschwindigkeitskomponenten bestimmt werden [59].



**Abb. 2.7 Methoden zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit (aus [45])**

### 2.7.2 Blasengrößenverteilung

Die Vielzahl von Meßverfahren zur Bestimmung der Blasengrößenverteilung lassen sich nach verschiedenen Kriterien wie Partikelberührung, Aufbereitung der Probe und zeitliche oder räumliche Mittelung charakterisieren. Eine Übersicht über gebräuchliche Verfahren ist in Abb. 2.8 dargestellt. Bei der Partikelberührung unterscheidet man zwischen nicht berührenden, intrusiven und berührenden, nicht-intrusiven Verfahren. Die berührenden Verfahren haben generell den Vorteil der höheren Genauigkeit, erfordern aber einen optischen Zugang. Dieser optische Zugang kann auch endoskopisch erfolgen [72], was jedoch wieder eine Störung des Strömungsfeldes mit sich bringt. Die Probenahme ist bei Blasenströmungen außer mit der isokinetischen Absaugung (siehe z.B. die Übersicht von Blaß [13]) mit direkt anschließender Detektion nur schlecht möglich, da die Entmischung der Phasen, vor allem in koaleszierenden Systemen zu schnell erfolgt. Bei den optischen Verfahren werden deshalb auch nur In-Situ Verfahren betrachtet.



**Abb. 2.8 Übersicht über Messverfahren der Blasengrößenverteilung (Informationen aus [119] und [81])**

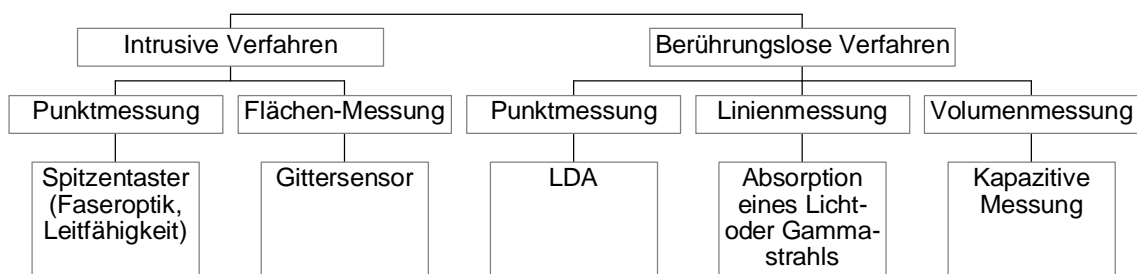
Werden die Größen aller Partikeln in einem Kontrollbereich simultan gemessen, so erhält man eine raumgemittelte Blasengrößenverteilung. Erfolgt die Messung der Größenverteilung an einem Punkt z.B. mit Spitzentastern innerhalb einer Zeitspanne, so erhält man eine lokale, zeitlich gemittelte Partikelgrößenverteilung. Eine Umrechnung zwischen diesen Größenverteilungen ist möglich, wenn die Geschwindigkeiten der Teilchen bekannt sind.

Alle Verfahren haben zudem Grenzen in Bezug auf den Größenbereich, die Genauigkeit, die Teilchendichte und die optischen Eigenschaften der dispersen und der umgebenden kontinuierlichen Phase. Optische Verfahren, die auf Lichtbeugung oder -brechung beruhen, erfordern für eine genaue Auswertung zudem nahezu sphärische Teilchen, was bei Blasen größer etwa 1 mm nicht mehr gegeben ist.

Die Bildauswertung erlaubt die genaue Analyse auch nichtsphärischer Teilchen bei niedrigen Dispersphasenanteilen. Bei Blasen erfolgt dies In-Situ, bei Partikelströmungen können auch Proben genommen werden. Durch digitalisierte Videoaufnahmen läßt sich das Verfahren zur Bestimmung der Blasengrößenverteilung automatisieren (siehe Übersicht bei Jähne [54]). Allen Auswerteverfahren ist die Unsicherheit gemein, dass immer nur eine zweidimensionale Information über die Blase vorliegt und die genaue Form nicht ermittelt werden kann, was insbesondere bei großen Blasen mit unregelmäßiger Form zur Fehlbestimmung der Größenverteilung führen kann.

### 2.7.3 Gasgehalt

Bei der Bestimmung des volumetrischen Gasanteils können ebenfalls berührungslose und intrusive Verfahren eingesetzt werden. Eine Übersicht ist in Abb. 2.9 dargestellt. Die berührungslosen Verfahren, die mit sichtbarem Licht arbeiten, wie LDA oder Lichtabsorption, sind auf niedrige Gasgehalte begrenzt und werden deshalb hier nicht näher betrachtet. Methoden die auf der Schwächung einer elektromagnetischen Strahlung basieren, wie Gamma- oder Röntgenstrahlen erlauben die Messungen des liniengemittelten Gasgehalts mit hoher räumlicher Auflösung. Sie sind allerdings apparativ sehr aufwändig [5]. Gittersensoren bestehen aus einem Netz von quer zur Strömungsrichtung aufgespannten Leitern und erlauben die Bestimmung des Gasgehalts und auch der Blasengrößenverteilung simultan über dem gesamten Querschnitt [82]. Weitverbreitet sind Spitzentaster, die mehrheitlich für stationäre Strömungsuntersuchungen eingesetzt werden (siehe z.B. Herringe und Davis [46] oder Kalkach-Navarro et al. [55]).



**Abb. 2.9 Übersicht über Verfahren zur Messung des Gasgehalts in Gas-Flüssigkeits-Strömungen (Informationen aus [119] und [81])**

## 2.8 Zielsetzung der Arbeit

In den vorangehenden Abschnitten wird die Bedeutung der Blasengrößenverteilung für die genaue Berechnung von Gas-Flüssigkeits-Strömungen dargestellt. Populationsbilanzen sind dabei das detaillierteste Werkzeug zur Beschreibung der veränderlichen Anzahldichteverteilungsfunktion in Abhängigkeit von den lokal vorliegenden Strömungsgrößen.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist somit die Aufstellung und Validierung von auf den Populationsbilanzen beruhenden Methoden zur Bestimmung der Blasengrößen und -verteilungen.

Insbesondere für turbulente Blasenströmungen hohen Gasgehalts mit Koaleszenz und Zerfall hat sich bei Betrachtung des Standes der Forschung gezeigt, dass noch offene Fragestellungen existieren, die zur Erreichung des Zieles geklärt werden müssen. Die wichtigsten seien hier aufgezählt.

1. Die Quellterme in den Populationsbilanzen für Koaleszenz und Zerfall in turbulenten Blasenströmungen sind von den lokalen Turbulenzgrößen abhängig. Die genaue Quantifizierung dieser Abhängigkeiten in weiten Parameterbereichen wurde bislang nicht durchgeführt. Insbesondere wurden viele Untersuchungen nur bei sehr geringen Gasgehalten von wenigen Prozent durchgeführt, die lokalen Turbulenzgrößen wurden nur selten messtechnisch bestimmt.
2. Der in bestehenden Modellen angenommene Koaleszenzmechanismus, welcher der Formulierung der Koaleszenz-Quellterme zugrunde liegt, basiert weitgehend auf Untersuchungen an ruhenden Blasen. Bislang wurde die Anwendungsmöglichkeit der bestehenden Modelle für turbulente Strömungen nicht detailliert überprüft, etwa durch eine zeitaufgelöste Beobachtung von Koaleszenzvorgängen direkt in der Strömung. Bei der Modellierung der Zerfallsvorgänge wird bislang von Kugelblasen ausgegangen und die Blasendeformation nicht berücksichtigt.
3. Für die numerische Lösung der Populationsbilanz existieren verschiedene in der Literatur vorgeschlagene Lösungsmöglichkeiten, welche den Lösungsaufwand reduzieren können, aber auch nur unter bestimmten Vereinfachungen gelten.
4. Als Randbedingung zur Lösung der Populationsbilanz muss eine Primärblasenverteilung vorgegeben werden. Es ist unbekannt, inwieweit die in der Literatur vorhandenen Modelle zur Berechnung der entstehenden Blasengröße mit der Populationsbilanz gekoppelt werden können.
5. Die Turbulenz der flüssigen Phase ist ein wichtiger Einflussparameter auf Koaleszenz und Zerfall und wird durch die Blasen bei hohen Gasgehalten deutlich modifiziert. Die bekannten Modelle zur Bestimmung der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten sind bislang nicht in der Lage, alle Effekte wie Pseudoturbulenz, Anfachung durch Nachlaufwirbel oder Dissipation durch die Blasenoberfläche quantitativ korrekt zu erfassen.

Zur Bearbeitung dieser Fragestellungen werden verschiedene Aufgaben definiert.

1. Mittels Versuchen in einer geeigneten Versuchsanordnung zur Untersuchung von turbulenten gerichteten Blasenströmungen sollen Koaleszenz- und Zerfallsraten für die vorliegenden Strömungsbedingungen validiert werden. Notwendig ist hierfür eine gekoppelte Messung der Blasengrößenverteilung und turbulenten Strömungsgrößen in Strömungen verschiedener Turbulenz und Gasgehalte. Es muss insbesondere die räumliche Änderung dieser Größen bestimmt werden.
2. Zeitaufgelöste Beobachtung der Einzelprozesse Koaleszenz und Zerfall direkt in der Blasenströmung zur Bestimmung von hierfür charakteristischen Parametern. Für die Koaleszenz sind dies die Größen der koaleszierenden Blasen, Blasenrelativgeschwindigkeiten und Koaleszenzzeit. Beim Zerfall sind es die Deformation der Ausgangsblase vor dem Zerfall, Zerfallszeit und das Verhältnis der Zerfallsblasengrößen. Notwendig hierfür ist der Aufbau eines Hochgeschwindigkeitsvideosystems.
3. Entwicklung eines geeigneten Lösungsalgorithmus für die Populationsbilanz, der auch für die technische Anwendung einen angemessenen Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenzeitaufwand darstellt.
4. Validierung geeigneter Modelle zur Berechnung von Primärblasengrößen an Düsen bei überlagerter Flüssigkeitsgeschwindigkeit und Untersuchungen der Kopplungsmöglichkeit dieser Modelle mit den Populationsbilanzen.
5. Messungen der Turbulenz der kontinuierlichen Phase in zweiphasigen Strömungen bei verschiedenen Gasgehalten zur Entwicklung von Modellen für blaseninduzierte Turbulenz. Dazu notwendig sind auch vergleichende Messungen für die jeweils reinen Flüssigkeitsströmungen. Hieraus sollen Ansätze zur Beschreibung der blaseninduzierten Turbulenz gewonnen werden.

Da Strömungen mit hohem Gasgehalt untersucht werden sollen, ist der Einsatz von Spitzensonden zur Bestimmung der Blasengrößenverteilung und von Heissfilmsonden zur Bestimmung der Flüssigkeitsturbulenz notwendig. Hierfür sind geeignete Signalauswertemethoden zu entwickeln und anzuwenden. Da die fluiddynamische Betrachtung im Vordergrund steht, wird eine geometrisch einfache Wasser/Luft-Rohrströmung untersucht. Der Gasgehalt soll bis zu hohen Werten von etwa 20 Prozent variiert werden, was in Rohrströmungen den Übergangsbereich zu Kolbenblasenströmungen darstellt. Der Einfluss von Stoffdaten wird zunächst ausgeklammert.



### 3. Versuchsaufbau und Messtechnik zu den experimentellen Untersuchungen

#### 3.1 Grundüberlegungen und Vorgehensweise

Populationsbilanzen sind ein geeignetes Werkzeug zur Beschreibung der veränderlichen Anzahldichteverteilungsfunktion, die zur Bestimmung der Phasengrenzfläche in technischen Gas-Flüssigkeits-Systemen benötigt wird. Die Vorgänge, die die ADV beeinflussen, sind in Kapitel 2.4 dargestellt. Insbesondere für die häufig auftretenden Vorgänge Koaleszenz und Zerfall besteht noch ein großer Bedarf an experimentellen Daten zur Validierung der Populationsbilanzen.

Die Ziele dieser Arbeit sind in Kapitel 2.8 dargestellt. Grundüberlegung für die Vorgehensweise ist es, wegen der starken Kopplung der Vorgänge Blasenbildung, Koaleszenz/Zerfall und Turbulenzmodifikation, zunächst Untersuchungen zur Einzelblasenbildung sowie in Strömungen geringer Blasendichte durchzuführen, um die Einzelprozesse so weit wie möglich zu isolieren und physikalisch beschreibbar zu machen. Es ergeben sich folgende Schritte der Vorgehensweise:

1. Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Primärblasenbildung in verschiedenen Eindüsekfigurationen
2. Experimentelle Untersuchung von Zerfalls- und Koaleszenz-Einzelprozessen in turbulenten Blasenströmungen geringer Blasendichte
3. Gekoppelte Messung der Entwicklung von Strömungsgrößen und Blasengrößenverteilungen in Rohrströmungen verschiedener Geometrie und mit unterschiedlichen Gasanteilen. Als Referenz werden Messungen der mittleren Geschwindigkeit und von Turbulenzgrößen in einphasigen Strömungen durchgeführt.
4. Vergleich der Messergebnisse mit Berechnungsansätzen

Grundidee der Untersuchungen ist es, durch den Einsatz von verschiedenen Turbulenzerzeugern in der Strömung eine gezielte Veränderung des Turbulenzniveaus zu erreichen, um so dessen Einfluss auf die Blasendispersion zu studieren. Die Informationen über die Turbulenz der kontinuierlichen Phase und die Blasengrößenverteilungen sind Schlüsselparameter für die Bewertung der Berechnungsergebnisse der Populationsbilanzgleichungen. Untersuchungen über Wirbelgrößen und Energieverteilungen der turbulenten kinetischen Energie können wichtige Anhaltspunkte über den Einfluss der Turbulenz auf die Koaleszenz- und Zerfallsvorgänge von Blasen liefern.

Bei allen Untersuchungen werden die Geometrie und Strömungs-Randbedingungen (Blasenerzeuger, Turbulenzerzeuger, Gas- und Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeiten) so variiert, dass ein möglichst umfassender Bereich für die Validierung der Berechnungsmodelle der Blasengrößen abgedeckt wird. Die Strömungsgeschwindigkeit für Wasser orientiert sich dabei an Schlaufenreaktoren mit freier Zirkulation bis hin zu Systemen mit erzwungener Konvektion. Die Gasdurchsätze sind so gewählt, dass verschiedene Strömungsformen von

fein verteilten Blasen bis zu Schirmblasen erzeugt werden können. Die maximale Gasmenge ist dabei durch den Kompressor des vorhandenen Druckluftnetzes begrenzt.

Zunächst werden in der einphasigen Strömung die turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten mit Hilfe von X-Heißfilmsonden gemessen, wobei verschiedene Turbulenzgitter zum Einsatz kommen. Diese Daten dienen als Referenz und können für die Fehlerabschätzung der Heißfilmsonden-Messtechnik herangezogen werden.

In die Einphasenströmung mit verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten werden Einzelblasen über unterschiedliche Konfigurationen eingebracht (Gleichstromeindüsung über Nadeln und Querstromeindüsung an der Wand).

Ziel ist es, den Einfluss der Anströmung auf den Blasenbildungsvorgang und die entstehende Blasengrößenverteilung zu erfassen. Diese Erkenntnisse fließen in Blasenbildungs-Modelle zur Bestimmung der Primärblasengrößen ein.

In Strömungen geringer Blasendichte soll der Zerfallsprozess an Stellen hoher Turbulenz betrachtet werden. Bislang fehlen zur Validierung und zur Verallgemeinerung von Zerfallsmodellen geeignete kombinierte Messungen von Blasengrößen und lokalen Turbulenzgrößen. In dieser Arbeit soll deshalb die Turbulenz gezielt verändert werden. Dabei muss der Zerfallsprozess auch lokal zeitlich aufgelöst werden, um die Blasengröße vor dem Zerfall und die Zerfallsblasengröße sowie die Anzahl der Tochterblasen bestimmen zu können. Diese Messungen orientieren sich an Untersuchungen von Hesketh et al. [48].

Die Aufnahme von zeitlich aufgelösten Zerfallsvorgängen liefert wichtige Parameter für die Aufstellung von Ansätzen zur Zerfallsrate in den Populationsbilanzen. Wegen der kurzen Dauer von wenigen Millisekunden dieser Vorgänge kann nur ein Hochgeschwindigkeits-Videosystem verwendet werden. Mit steigendem Gasgehalt kommt es zur Koaleszenz. Ziel ist es, auch diese Vorgänge mit Hilfe des Hochgeschwindigkeitsvideosystems zeitlich aufzulösen. Eine wichtige Messgröße ist die Annäherungsgeschwindigkeit und die Koaleszenzzeit der Blasen. Mit den gewonnenen Ergebnissen aus den Einzelblasenbetrachtungen können bestehende Ansätze für Koaleszenz- und Zerfallsraten überprüft und erweitert werden.

Die Blasendichte und die Eintrittsblasengrößen werden schrittweise vergrößert. Ziel ist es, für hohe Blasendichten vollständige Datensätze für die Validierung von Populationsbilanzrechnungen zu erhalten.

### **3.2 Messkonzept**

Das messtechnische Konzept zur Validierung der Populationsbilanzen bzw. der Momentenmethode besteht aus zwei Ansätzen. Zum einen die zeitaufgelöste Betrachtung und Auswertung der Detailvorgänge Koaleszenz, Zerfall und Blasenbildung. Da die Kenntnis der Blasengrößen notwendig ist, um die Detailvorgänge zu beschreiben, soll eine möglichst weitgehende Automatisierung der Blasengrößenermittlung durch digitale Bildverarbeitung eingesetzt werden.

In Strömungen hoher Blasendichte sollen die zeitgemittelten Strömungsparameter experimentell bestimmt werden, die für die Validierung der Lösung der Populationsbilanz notwendig sind. Dazu sind, wegen der nicht mehr gegebenen optischen Zugänglichkeit, invasive

Spitzensonden notwendig. Ermittelt werden die Blasengrößenverteilung, die Phasengeschwindigkeiten und die charakteristischen Turbulenzgrößen.

### 3.3 Aufbau des Versuchsstandes

In den experimentellen Untersuchungen werden verschiedene Strömungskonfigurationen untersucht. Untersuchungsgegenstand ist eine vertikale, adiabate Aufwärtsströmung mit Luft und Wasser im Gleichstrom. Durch die Wahl der geometrischen Randbedingungen kann gezielt der Einfluss der Strömungskonfiguration auf die veränderliche Blasengrößenverteilung festgestellt werden.

Wasser wird aus den Vorratsbehältern über eine Kreislumpumpe in die Teststrecke gefördert. Für die Messung der Wasserdurchflussmenge existieren zwei Turbinenrad-Durchflussmesser mit verschiedenen Messbereichen (Typ Küppers HFM 19 und HFM 50F). Als Versuchsstrecken können alternativ Rohre mit 50 oder 90 mm Durchmesser betrieben werden. Diese sind vom Aufbau analog, bis auf die Mischkammer, die die Luftpindüsung und die Turbulenzgitter enthält. Die Strömungsrohre haben insgesamt eine Länge von etwa 6 Metern. Am Einlauf des Wassers in die jeweilige Versuchsstrecke ist ein Strömungsgleichrichter eingesetzt, um Drallströmungen zu vermeiden. Zur Ausbildung der einphasigen Strömung ist eine Strecke von zwei Metern vorgesehen. Auf einer Strecke von etwa zwei Meter wird die Entwicklung der Strömung betrachtet. Die genauen Messpunkte sind den Abschnitten mit der Beschreibung der experimentellen Ergebnisse zu entnehmen. Ein Beruhigungsbereich von 2 m am oberen Rohrende ist für vom Luftabscheider eingebrachte Störungen vorgesehen. Das Rohr ist aus Plexiglas gefertigt, um eine Beobachtung der Strömungsform zu ermöglichen. Zur Vermeidung von optischen Verzerrungen wird an den Stellen, an denen eine Beobachtung und Vermessung mit dem Videosystem vorgesehen ist, ein quaderförmiger Block aus Plexiglas (im folgenden als Messblock bezeichnet) mit einem dem Rohrdurchmesser entsprechenden Ausschnitt in die Rohrleitung montiert. In die Messblöcke sind außerdem die Aufnahmevorrichtungen für die Traversiereinheiten der Messsonden integriert.

Das Gesamtschema des Versuchsstandes ist in Abb. 3.1 dargestellt. Eine weitere wichtige Anlagenkomponenten ist die Temperaturregelung für das Wasser, welches sich ansonsten durch die von der Pumpe eingebrachte Wärme zu stark erwärmen würde und die Messung insbesondere der Heißfilmsonden beeinflussen könnte. Über einen Temperatursensor in einem Vorratstank wird eine Kältemaschine angesteuert, die in einem zweiten Kreislauf über eine Kühlschlange in einem Vorratstank die Wassertemperatur konstant auf 19°C hält.

Es wird demineralisiertes Wasser eingesetzt. Da gelöste Stoffe (Salze und oberflächenaktive Substanzen) im Wasser, die durch Fouling, Bakterieneintrag, Lösen von Gasen und evtl. Korrosion entstehen können, die Koaleszenz auch schon in geringen Mengen beeinflussen können, wie von Obernosterer [92] beobachtet, wird das Wassers regelmäßig überprüft. Das aufbereitete Wasser wurde von der Fa. Merck in Darmstadt zur Verfügung gestellt und etwa alle 6 Monate gewechselt. Die gemessenen Kontrollwerte für pH-Wert, Leitfähigkeit und Oberflächenspannung für Frischwasser und 6 Monate altes Wasser sind in folgender Tabelle dargestellt. Zur Messung des pH-Wertes werden Merck pH-Messtreifen verwendet, für die Leitfähigkeit ein Tester von Neolab/Milwaukee Typ C61 und für die Oberflächenspannung ein „Contact Angle Measurement System“ G10 von Krüss. Es wird auf Basis dieser Messungen

angenommen, dass der Einfluss gelöster Stoffe bei den vorgenommenen Untersuchungen vernachlässigbar ist.

	pH [-]	Leitfähigkeit [ $\mu\text{S}/\text{cm}$ ]	Oberflächenspannung [ $\text{mN}/\text{m}$ ]
Frisches Wasser	6.4	3	71.69+/-0.06
Wasser nach 6 Monaten	6.4	7	71.24+/-0.07

**TABELLE 4 Untersuchung des verwendeten Wassers (bei 20°C)**

Die Luft wird aus dem Gebäude-Druckluftnetz nach Filterung und Trocknung in verschiedenartig konstruierten Mischkammern in die Wasserströmung eingedüst. Für die Durchflussmessung der Luft sind drei Heat-Flow-Massendurchflussmesser (Typ Hastings HFC 202/202F/203E) mit unterschiedlichen Messbereichen vorhanden.

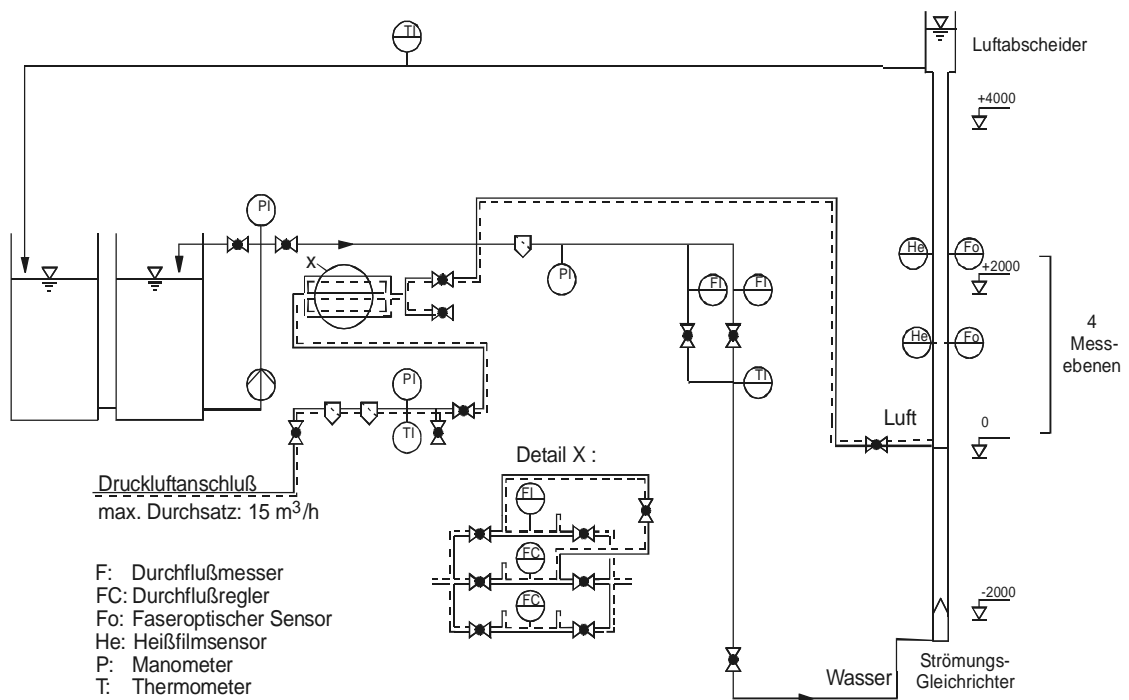
### 3.3.1 Untersuchungen in vertikalem 90-mm-Strömungsrohr

Diese Strecke wird vor allem für die Beobachtungen bei niedrigen Gasgehalten (entsprechend einem querschnittsgemittelten Gasgehalt von etwa fünf Prozent) eingesetzt. Als Testrecke dient ein rundes vertikal angebrachtes Rohr mit einem Innendurchmesser von 90 mm. Dieser Durchmesser wird gewählt, damit im Kern der Strömung eine homogene Strömungszone ohne Wandeinfluss entsteht. Es kann ein über den Querschnitt nahezu konstantes turbulentes Geschwindigkeitsprofil erzeugt werden, wie Messungen von Rinne zeigen [100]. Somit können auch größere, von der Wand unbeeinflusste Blasen erzeugt werden. Bei kleineren Rohren würden sich solche Blasen zu Kolbenblasen entwickeln (siehe Kapitel 2.3). Die axialen Messpositionen mit den Messblöcken werden als Ebenen bezeichnet und befinden sich an folgenden Positionen:

Messebenen-Nummer	Abstand x vom Turbulenzgitter
E1	0.06 m
E2	0.14 m
E3	0.5 m
E4	1.07 m

**TABELLE 5 Messpositionen beim 90-mm-Rohr**

Die Messsonden werden zur Aufnahme von Profilen der Strömungsgrößen radial in 12 Schritten traversiert. Von der Rohrmitte  $r = 0$  mm bis  $r = 35$  mm in 5-mm-Schritten, von  $r = 35$  mm bis  $r = 43$  mm in 1-mm-Schritten. Da die größten Geschwindigkeitsgradienten in Wandnähe auftreten, ist der Abstand zwischen den Messstellen dort geringer gewählt. Jede Messung an einer axialen Position wurde doppelt ausgeführt, wobei der Sensor in zwei senkrecht zueinanderstehenden radialen Richtungen durch das Strömungsrohr traversiert wird (0° und 90°-Richtung).



**Abb. 3.1 Fließschema des Versuchsaufbaus**

### 3.3.1.1 Mischkammer und Turbulenzgitter

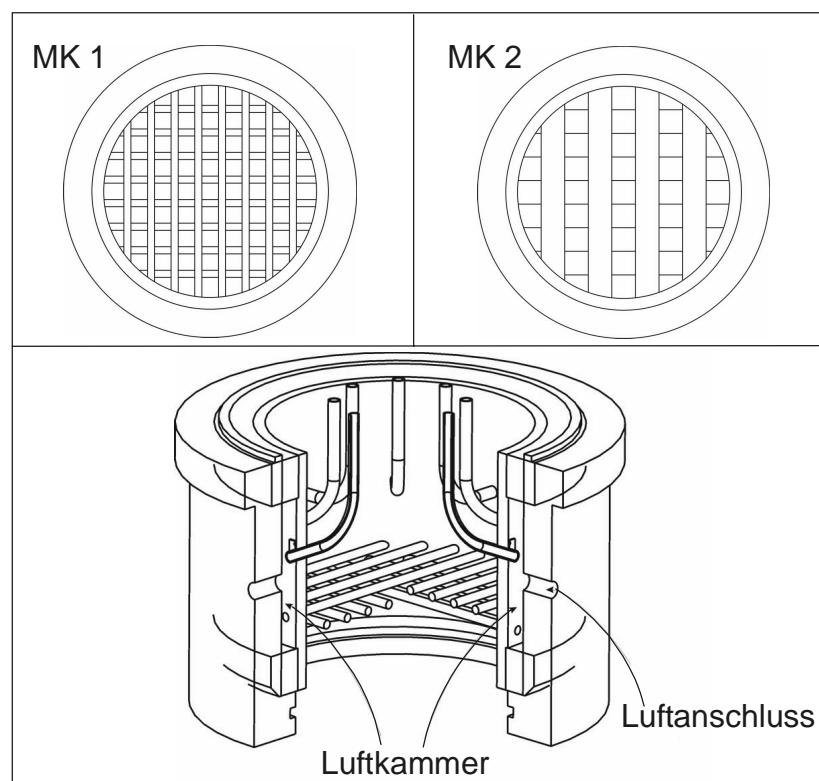
Die gleichmäßige Verteilung der Luft erfolgt in der Mischkammer über Metallröhrchen (siehe Abb. 3.2). Grundidee ist es, den Blasenbildungsvorgang räumlich von der Turbulenzerzeugung zu trennen, um so die Randbedingungen Primärblasengröße und Eingangsturbulenz unabhängig voneinander ändern zu können. Bei der Mischkammer mit 8 Röhrchen (Düsengruppe) erfolgt die Luftzufuhr über einen alle Röhrchen verbindenden Ringraum. Es ist ein möglichst rotationssymmetrischer Aufbau angestrebt, weshalb die Eindüserröhrchen ringförmig um die Rohrmitte angeordnet sind. Es sollen verschiedene Innendurchmesser zum Einsatz kommen, um bei gleichem Gasdurchsatz unterschiedliche Primärblasengrößen erzeugen zu können. Durch die Auslegungsvorschrift nach Mersmann [88] wird sichergestellt, dass die Luft gleichmäßig durch alle Röhrchen strömt und es nicht zu Pulsationen oder ungleichmäßiger Begasung der Strömung kommt. Als Innendurchmesser werden 0.3 mm und 1 mm eingesetzt. Die Düsenöffnungen befinden sich 7 cm über der Oberkante der Gitterstäbe.

Zur gezielten Beeinflussung der Turbulenz werden Turbulenzgitter eingesetzt. Turbulenzgitter wurden vielfach in einphasigen Strömungen eingebracht, um eine möglichst homogene und isotrope Turbulenz zu erzeugen, wie beispielsweise bei Uberoi und Wallis [125]. Auch in Luft/Wasserströmungen wurden sie verwendet, um den Einfluss der Turbulenz auf das Verhalten des Blasenschwarms zu studieren [70,6]. Im 90-mm-Rohr werden zwei Turbulenzgitter eingesetzt, die verschieden hohe Turbulenzgrade hinter dem Gitter erzeugen können. Die Längen- und Zeitmaße der Turbulenz und die Turbulenzintensität werden durch die gewählte Geometrie bestimmt. Das Gitter in MK 1 erzeugt ein niedriges Turbulenzniveau mit kleinen Makrolängen, das Gitter in MK 2 hohe Turbulenz mit größeren Makrolängen (siehe Abb. 3.2). Die Gitter unterscheiden sich im Stabdurchmesser, Versperrungsgrad und in

der Maschenweite. Stromabwärts des Gitters ergibt sich ein von diesen Randbedingungen abhängiger charakteristischer Verlauf des Turbulenzfeldes, der vermessen wird (siehe Ergebnisse in Kapitel 4.3.4).

Typ- bezeichnung	Stabdurchmesser [mm]	Maschenweite [mm]	Versperrungsgrad [%]	Eindüsung
MK 1	3	10	30	Nadeln, 8 x 1.0mm
MK 2	10	20	50	Nadeln, 8 x 0.3mm

**TABELLE 6 Mischkammern zur Lufteindüsung und Turbulenzerzeugung im 90-mm-Rohr**



**Abb. 3.2 Oben: Turbulenzgitter im 90 mm Rohr, Unten: Schnittzeichnung der Lufteindüsungskammer „MK 1“ mit Turbulenzgitter**

### 3.3.2 Untersuchungen in vertikalem 50-mm-Strömungsrohr

Im 90-mm-Rohr ist die Luftleerrohrgeschwindigkeit durch die maximale aus dem Druckluftnetz zur Verfügung stehende Gasmenge begrenzt. Strömungen hohen Gasgehalts werden deshalb in einem vertikalen Rohr von 50 mm Durchmesser untersucht. Der Aufbau der Teststrecke ist analog zum 90-mm-Rohr. Es unterscheiden sich hauptsächlich die Mischkammer

zur Turbulenzaufrägung und Gaseindüsung sowie die Abstände zwischen den Messebenen. Die Messebenen befinden sich an folgenden Positionen:

Messebenen- Nummer	Abstand x vom Turbulenzgitter
E1	0.078 m
E2	0.285 m
E3	0.825 m
E4	1.65 m

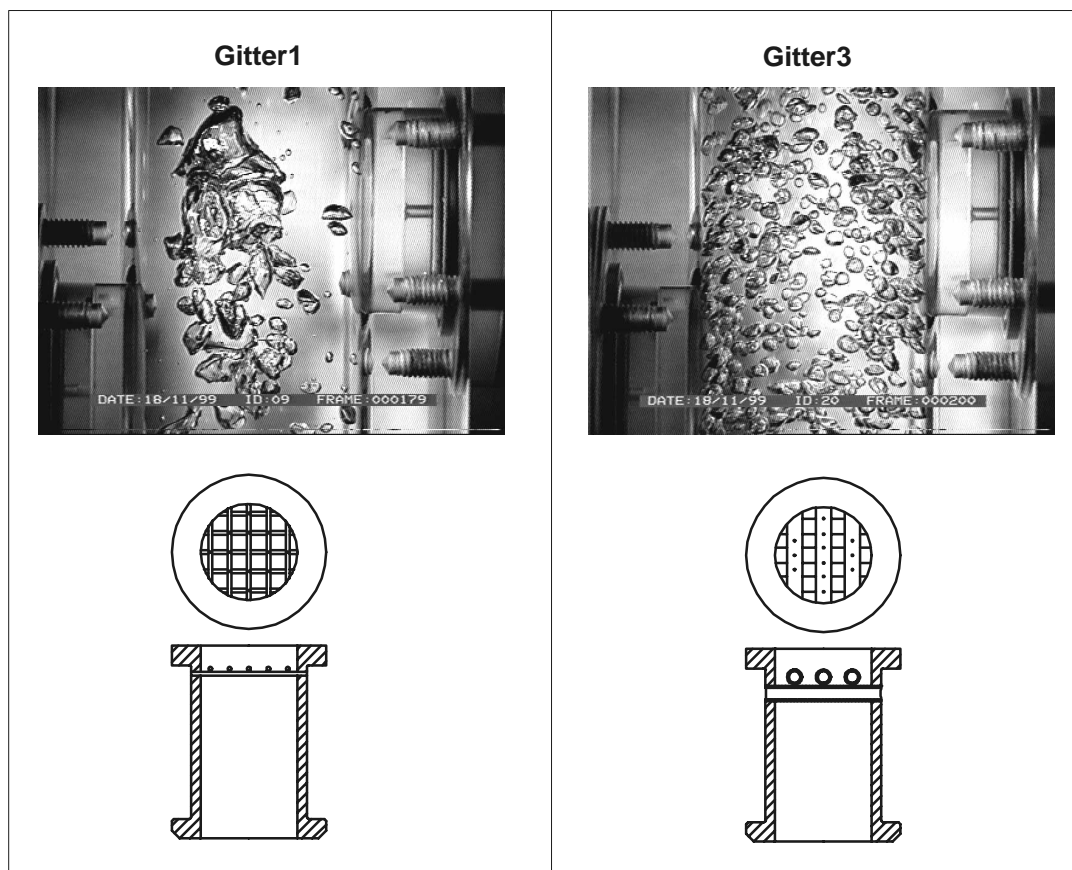
**TABELLE 7 Messpositionen beim 50-mm-Rohr**

Die Messsonden werden von der Rohrmitte  $r = 0$  mm bis  $r = 18$  mm in 2-mm-Schritten, von  $r = 19$  mm bis  $r = 24$  mm in 1-mm-Schritten traversiert.

Vier verschiedene Turbulenzgittertypen wurden von Benk [6] entwickelt und für Untersuchungen zum Turbulenzeinfluss auf die Phasenwechselwirkungen eingesetzt. Da auf Daten von Benk verwiesen wird, soll die gleiche Bezeichnung verwendet werden. In den hier vorgestellten Auswertungen werden zwei von vier verschiedenen Turbulenzgittern betrachtet: Gitter 1 mit einem Versperrungsgrad von 38% und Gitter 3 mit einem Versperrungsgrad von 77%. Die Luft wird über Bohrungen in den (hohlen) Gitterstäben eingedüst.

Typ- bezeichnung	Stabdurchmesser [mm]	Maschenweite [mm]	Versperrungsgrad [%]	Eindüsung
Gitter 1	2	10	38	Bohrungen, 12 x 0.8mm
Gitter 3	8	15	77	Bohrungen, 12 x 0.8mm

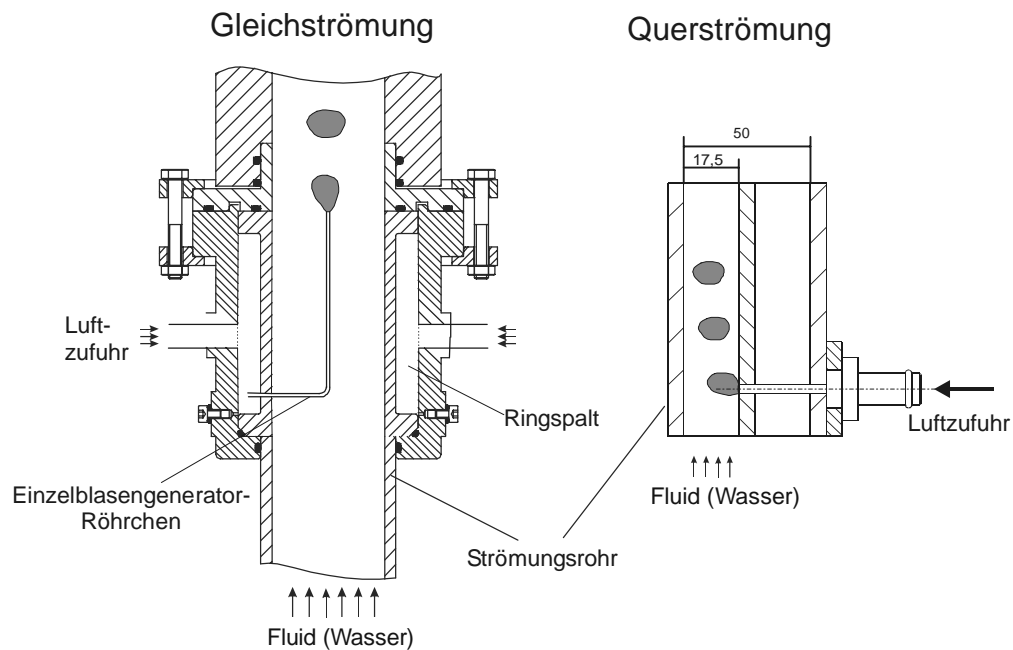
**TABELLE 8 Mischkammern zur Lufteindüsung und Turbulenzerzeugung im 50-mm-Rohr**



**Abb. 3.3 Turbulenzgitter im 50 mm Rohr mit typischen Strömungsbildern bei  $x/D = 16.5$  ( $j_G = 0.2$  m/s;  $j_L = 1.0$  m/s)**

Eine zweite Form der Gaseindüsung ist über ein Einzel-Röhrchen in der Rohrmitte realisiert. Auf diese Weise kann die geplante Erzeugung von Einzelblasen geregelt werden. Als dritte Möglichkeit zur Blasenherzeugung wird eine in der Rohrmitte angebrachte Platte mit Wandbohrung gewählt, durch die die Luft in die Strömung eingedüst werden kann. Auf diese Weise kann die Blasenbildung bei Queranströmung studiert werden. Der Bereich der Blasenherzeugung ist optisch zugänglich.

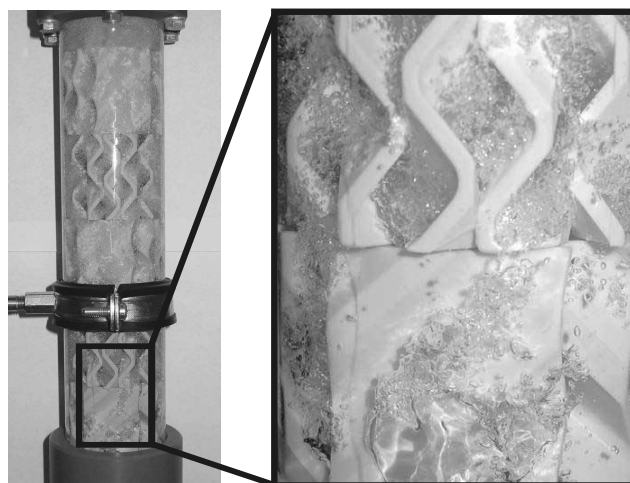




**Abb. 3.4 Konfigurationen der Eindüsung von Einzelblasen**

### 3.3.3 Untersuchungen in Rohrstrecke mit statischem Mischer

Im 50-mm-Rohr kann hinter dem Turbulenzgitter 1 optional ein statischer Mischer vom Typ Sulzer SMV 50 installiert werden, wobei dieser aus fünf Elementen mit je 5 cm Höhe besteht, die um jeweils  $90^\circ$  zueinander verdreht sind. Durch die hohe Turbulenz im Mischer wird, in Abhängigkeit von der Anströmgeschwindigkeit des Wassers, eine sehr schmale Blasengrößenverteilung erzeugt. Die Messung der aus dem Mischer austretenden Blasengrößenverteilung liefert Daten zur Validierung der Zerfallsmodelle für Blasen. Außerdem findet eine sehr homogene Verteilung der Blasen über dem Rohrquerschnitt statt. Damit können definierte Randbedingungen für Koaleszenzuntersuchungen eingestellt werden.



**Abb. 3.5 Detailansicht statischer Mischer**

### 3.4 Hochgeschwindigkeitskamarasystem

#### 3.4.1 Aufbau des Bildaufnahmesystems

Zur Erfassung der dynamischen Vorgänge ist ein Hochgeschwindigkeitsvideosystem mit genügend hoher Bild- und Zeitauflösung notwendig, da sich Kollisions-, Koaleszenz- und Zerfallsvorgänge für kleine Blasen in reinen Flüssigkeiten in Zeitskalen unter 10 ms abspielen. Die notwendige Auflösung der Kamera ergibt sich durch die kleinsten Strukturen, die noch erkannt werden müssen. Um bei einer Aufnahme des Strömungsrohres in gesamter Breite eine Blase von 1 mm Durchmesser im Bild des 90 mm Rohrs noch als 1 Pixel zu erfassen (1 Pixel entspricht 1 mm), ist somit eine Mindestbildgröße von 90x90 Pixeln notwendig. Eine automatische Auswertung der Blasengröße mit den Methoden der digitalen Bildauswertung ist auf diese Weise allerdings noch nicht möglich. Um mit einem Gradientenfilter (siehe Kapitel 3.4.2.3) die Blasenkontur zu erkennen, muß diese mindestens eine Größe von 3x3 Pixeln aufweisen, da die Filter ebenfalls mit dieser Pixelgröße arbeiten und kleinere Strukturen nicht als Objekte, sondern eher als Rauschen interpretieren. Eine für die digitale Bildverarbeitung als notwendig erachtete Bildgröße beträgt somit mindestens 270x270 Pixel. Die Auflösung ergibt sich aus dem Verhältnis von Pixelanzahl zu Bildgröße und hat somit einen Mindestwert von etwa 75 dpi (dots per inch).

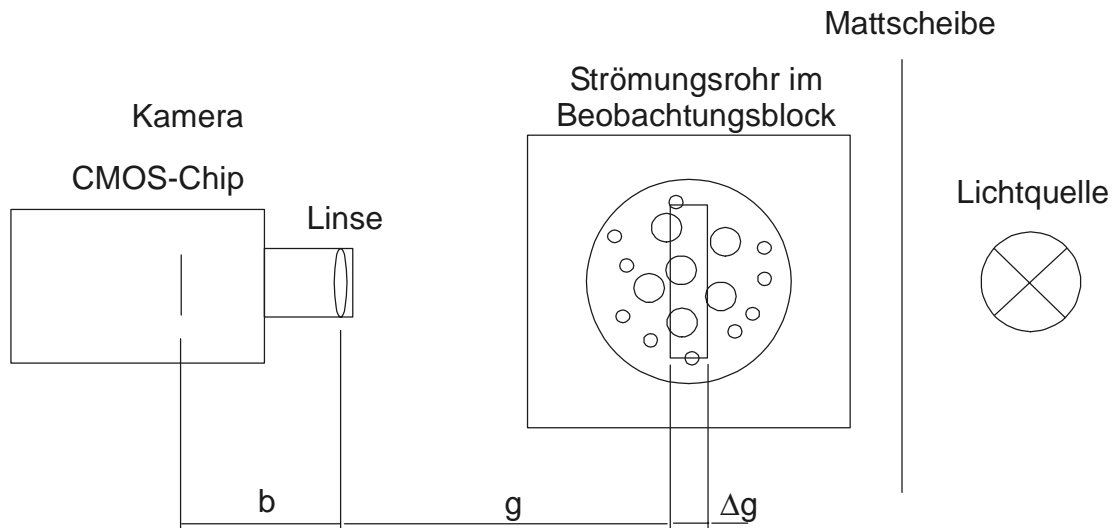
Für die notwendige Aufnahmefrequenz ist zugrunde zu legen, dass die Blasen in aufeinander folgenden Bildern erkannt und zueinander zugeordnet werden müssen, was als Korrespondenz bezeichnet wird. Aus dem Versatz zwischen den Bildpunkten und der Aufnahmefrequenz ergibt sich die Blasengeschwindigkeit. Damit es nicht zum sog. Korrespondenzproblem kommt (siehe z.B. Jähne [54]), darf der Versatz der Blasenbilder zwischen zwei Bildern nicht größer sein als die Blasengröße selbst. Bei einer Blasengeschwindigkeit von 1 m/s bewegen sich die Blasen somit mit einer Geschwindigkeit von einem Millimeter pro Millisekunde. Als obere Grenze für die Aufnahmefrequenz ergibt sich somit 1000 Bilder pro Sekunde (für die kleinsten Blasen). Die Vorteile einer digitalen Kamera sind ein geringes Zusatzrauschen und eine genaue Pixelzuordnung. Die Störungsanfälligkeit bei digitalen System ist generell geringer als bei analogen Systemen.

Für die Videoaufnahmen wird eine CMOS-Kamera HCC-1000 der Firma Vosskühler verwendet. Hierbei handelt es sich um eine digitale Hochgeschwindigkeitskamera. Diese kann maximal 1848 Bilder pro Sekunde aufnehmen. Dabei beträgt die Bildgröße 1024x256 Pixel. Bei Reduktion der Aufnahmefrequenz kann die Bildgröße schrittweise verändert werden. (1024x512 bei maximal 924 Bilder/s und 1024x1024 bei maximal 462 Bilder/s). Der Grauwert jedes Pixels wird mit einer Dynamik von 8 Bit digitalisiert. Die Größe des internen Zwischenspeichers beträgt 512 Mbyte. Sie erlaubt die Speicherung von 512 Bildern bei voller Auflösung. Der Zwischenspeicher ist notwendig, da die Datenmenge wegen der zu langsamen Datenverbindung nicht während der Aufnahmezeit zum Rechner übertragen werden kann. Für ein Schwarz/Weiß-Bild mit 256 Graustufen und einer Bildgröße von 1024x1024 Pixel beträgt der Platzbedarf 1 Mbyte. Die Zahl der aufzunehmenden Bilder, die Belichtungsdauer (Shutter) und die Aufnahmefrequenz kann über die Steuerungssoftware eingestellt werden. Über eine RS-232 Schnittstelle werden die Bilddaten zum PC transferiert und als unkomprimierte Bitmap-Bilder abgespeichert.

Um die Bewegungsunschärfe bei den Aufnahmen bei ruhender Kamera zu vermeiden, wurde zur Beleuchtung ein Lichtblitz-Stroboskop Modell DRELLO Nr.1017 N So 121 verwendet.

Die maximale intern steuerbare Blitzfrequenz beträgt 417 Herz. Durch Synchronisation mit der CMOS-Kamera kann die Blitzfrequenz kurzzeitig auf 462 Hertz übertaktet werden. Um diffuses Licht zu erzeugen, wurde eine Milchglas-Mattscheibe zwischen dem Stroboskop und dem Strömungsrohr angebracht. Damit erreicht man, dass die Blasenströmung im Gegenlicht gleichmäßig ausgeleuchtet wird.

Die Brennweite des verwendeten Objektivs betrug 50 mm mit vollständig geöffneter Blende F1.4. Durch Distanzringe und den Abstand des Objektivs zum Motiv konnte der Bildausschnitt und damit die Vergrößerung variiert werden.



Abschätzung des Tiefenschärfebereichs:

$$\Delta g = 2 O \varepsilon \frac{g^2}{f^2}$$

$\Delta g$ : Tiefenschärfebereich

O: Blende

$\varepsilon$ : Unschärfekreis

g: Gegenstandsweite

f: Brennweite des Objektivs

**Abb. 3.6 Aufbau des Kamera-Aufnahmesystems und Einstellung der Tiefenschärfe**

Bei der Einstellung der Aufnahmebedingungen wurde angestrebt einen möglichst kleinen Tiefenschärfebereich einzustellen, um so die Position der Bildaufnahme im Rohr möglichst genau zu kennen. Mit der in Abb. 3.6 dargestellten Gleichung für den Tiefenschärfebereich wird deutlich, wie eine geringe Tiefenschärfe zu erreichen ist. Es wurde deshalb mit offener Blende und kleiner Gegenstandsweite gearbeitet. Durch Voruntersuchungen konnten die hierfür optimalen Einstellungen gefunden werden.

Die Kamera ist fest an einen senkrecht verfahrbaren Schlitten montiert, so daß Aufnahmen an beliebigen axialen Positionen des Strömungsrohres ohne aufwändige Neujustierung möglich sind. Der Kameraaufbau ist auf Abb. 9.1 im Anhang dargestellt.

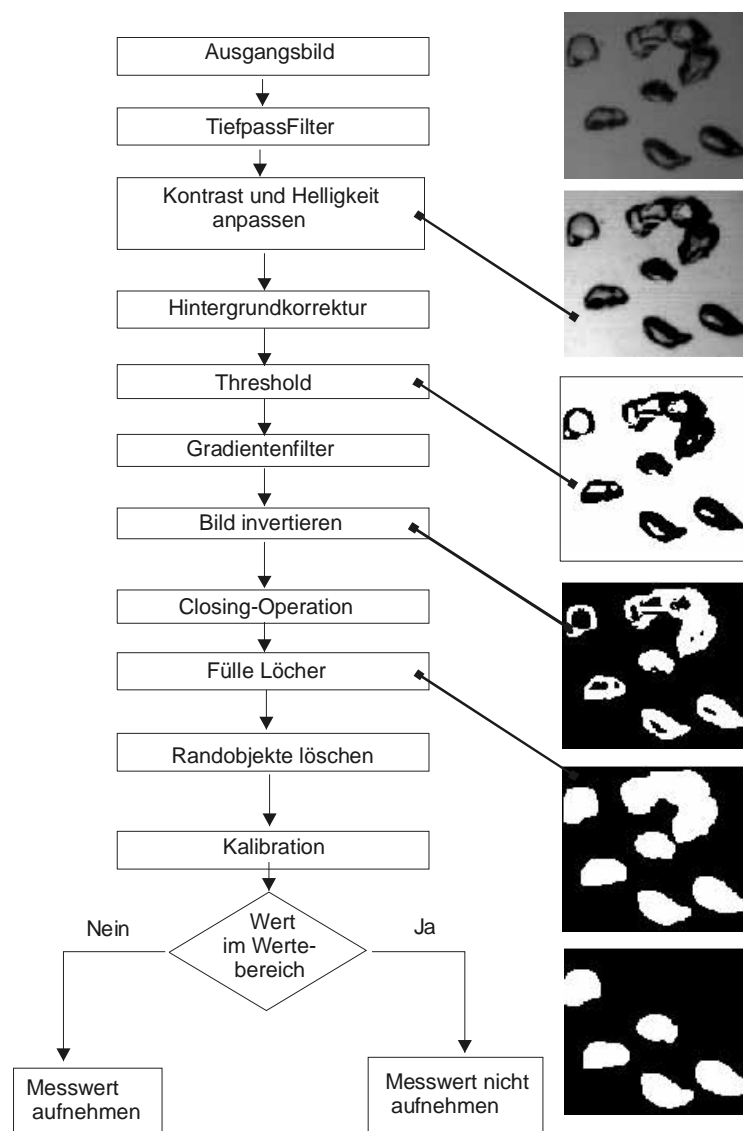
### **3.4.2 Digitale Bildverarbeitung**

Zur automatisierten oder halbautomatisierten Auswertung der Objektgrößen aus den Videobildern werden Bildverarbeitungsoperatoren eingesetzt. Ziel ist es, die Abmessungen der beteiligten Einzelblasen bei der Untersuchung von Einzelprozessen Blasenbildung, Koaleszenz und Zerfall zu ermitteln. Zur Bildauswertung der Blasengrößen einer Bild-Zeitreihe sind nach Jähne [54] folgende Schritte durchzuführen:

1. Bildaufnahme: Auswahl des Bildausschnittes und der Aufnahmebedingungen
2. Bilddigitalisierung: Unter Beachtung von angemessener Auflösung und durch geeignete Signalverarbeitung möglichst störungsfrei (Schritt entfällt bei Digitalkameras)
3. Bildaufbesserung: Optimierung von Kontrast, Helligkeit, Elimination von Bildfehlern und Rauschen
4. Segmentierung: Trennung der interessierenden Objekte vom Hintergrund z.B. durch Kantendetektion oder Wahl eines Helligkeits- oder Farbgrenzwertes
5. Merkmalsextraktion: Bestimmung der charakteristischen Merkmale wie Durchmesser oder Flächen unter Verwendung eines Kalibrationsmaßstabes
6. Klassifikation: Erstellung von Verteilungen der charakteristischen Merkmale, Mittelwertbildung

Die verwendete Bildverarbeitungssoftware Vision NI von National Instruments in Labview 7 erfordert zur Objekterkennung Binärbilder. Aus diesen Binärbildern können dann charakteristische Masse der Objekte wie z.B. Feret-Durchmesser, Umfang oder Fläche nach Korrektur mit dem Kalibrationsfaktor, bestimmt werden.

Dies bedeutet, daß die Graustufenanzahl der Bilder einer Sequenz von 256 auf zwei - Schwarz und Weiß - reduziert wird. Erst dann kann Vision NI die Abmessungen der Blasen einer Sequenz bestimmen. Die Bildverarbeitungsoperatoren können in drei Kategorien unterteilt werden: Punkt-zu-Punkt-Operationen, Filter und morphologische Operationen. Durch Verknüpfen dieser Werkzeuge wurde ein Algorithmus entwickelt, der eine Sequenz von Graustufenbildern mit möglichst geringem Qualitätsverlust binarisiert. In den folgenden Abschnitten werden die im BV-Algorithmus verwendeten Operatoren beschrieben.



**Abb. 3.7 Bildverarbeitungsalgorithmus**

#### 3.4.2.1 Mathematisches Modell zur Beschreibung von Graustufenbildern

Um die Funktionsweise der verschiedenen Operationen besser erläutern zu können, wird hier ein mathematisches Modell nach Haberäcker [41] unter Verwendung der Definitionen in TABELLE 9 zur Beschreibung von Graustufenbildern vorgestellt.

Definitionen
$G = \{0, 1, \dots, 255\}$ Grauwertmenge, bestehend aus Grauwerten von 0 bis 255
$S = (s(x, y))$ Bildmatrix des Grauwertbildes mit $L$ Bildzeilen und $R$ Bildspalten:
$0 < x < L - 1 ; 0 < y < R - 1$
Ortskoordinaten des Bildpunktes (Zeile, Spalte) = $(x, y)$
$s(x, y) = g \in G$ : Grauwert des Bildpunktes

**TABELLE 9 Mathematisches Modell zur Beschreibung von Graustufenbildern, Definitionen**

### 3.4.2.2 Punkt-zu-Punkt-Operationen

Unter Punkt-zu-Punkt-Operationen versteht man Operationen, die auf jeden einzelnen Punkt der Bildmatrix angewandt werden, ohne Grauwertinformationen von benachbarten Bildpunkten zu verwenden.

Oft genügt es bereits, die Helligkeit und den Kontrast eines Bildes zu verändern, um bestimmte Konturen oder Objekte hervorzuheben und damit die Objekterkennung zu verbessern. Man kann diese Operation als lineare Abbildung darstellen, durch die die Grauwertverteilung des Originalbildes transformiert wird:

$$S \rightarrow S':$$

$$s'(x, y) = (s(x, y) + c_1) * c_2 \quad (3.1)$$

Setzt man  $c_1 > 0$ , so werden die Grauwerte von  $S$  größer und das Bild wird insgesamt heller. Dies bewirkt eine Verschiebung des zum Bild gehörenden Grauwert-Histogramms nach rechts. Ist die Konstante  $c_2 > 0$ , wird das zugehörige Histogramm breiter und der Kontrast des Bildes wird erhöht. Um die Objekte vom Hintergrund besser unterscheiden zu können, wurde bei allen aufgenommenen Bildern zunächst Helligkeit und Kontrast etwa um den Faktor 1.5 zu erhöht.

Die Schattierungskorrektur ist in erster Linie eine Hintergrundkorrektur. Vom ursprünglichen Bild  $S$  wird zunächst ein Hintergrundbild  $H$ , welches keine Objekte enthält, subtrahiert. Dies bewirkt, daß Objekte die auf beiden Bildern zu sehen sind - zum Beispiel die Rohrleitungswände oder Verschraubungen - aus dem Bild verschwinden. Anschließend wird eine Grauwertverschiebung um den Wert  $c$  vorgenommen. Dieser Wert ergibt sich aus der Differenz des durchschnittlichen Grauwertes des Hintergrundbildes und dem durchschnittlichen Grauwert eines schwarzen Referenzbildes  $\bar{d}$ :

$$S, H \rightarrow S'$$

$$c = \bar{h} - \bar{d} \quad (3.2)$$

$$s'(x, y) = s(x, y) - h(x, y) + c$$

Während das schwarze Referenzbild für alle Sequenzen gleich aussieht - hier wurde einfach ein Bild mit verdecktem Objektiv aufgenommen - muß jedes Mal ein neues Hintergrundbild

aufgenommen werden, wenn sich an den Aufnahmebedingungen etwas ändert. Daraus wird auch ersichtlich, daß  $c$  mit den Aufnahmebedingungen variiert. Im Allgemeinen ist  $c$  aber negativ und bewirkt, daß das Bild insgesamt etwas dunkler wird.

Der Threshold ist eine Grenzwertoperation und dient zur Überführung eines Graustufenbildes in ein Binärbild. Ist der Grauwert eines Bildpunktes kleiner oder gleich dem Grenzwert, so wird dem Punkt die Farbe schwarz zugewiesen. Ist der Grauwert größer als der Grenzwert, so wird der Punkt weiß.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow S' \\ s(x, y) &\leq g \rightarrow s'(x, y) = 0 : \text{Schwarz} \\ s(x, y) &> g \rightarrow s'(x, y) = 1 : \text{Weiß} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Der Threshold alleine reicht nicht aus, um ein unverfälschtes Binärbild zu erzeugen. Wendet man den Threshold auf ein unbearbeitetes Bild an, so werden Teile des Bildhintergrundes als Objekte erkannt. Außerdem kann die Wahl des richtigen Schwellwertes problematisch werden, da die Objektränder in unbearbeiteten Bildern keine einheitlichen Grauwerte aufweisen. Dadurch werden Teile der unmittelbaren Umgebung der Objekte als zum Objekt zugehörig erkannt, und Teile, die eigentlich zum Objekt gehören, werden als Hintergrund interpretiert. Erst durch die Kombination mit diversen Filtern und morphologischen Operationen erhält man ein zufriedenstellendes Ergebnis.

### 3.4.2.3 Digitale Filter

Im Gegensatz zu den Punkt-zu-Punkt-Operationen werden bei dieser Art von Operationen nicht nur der Bildpunkt selbst, sondern auch die Bildpunkte in seiner Umgebung berücksichtigt. Ein Beispiel hierfür ist die Mittelung der Grauwerte in der Nachbarschaft des Bildpunktes  $(x, y)$ . Es leuchtet ein, daß das Bild hierdurch unschärfer wird, da sich die Grauwertkanten nicht mehr so deutlich ausprägen werden. Ebenso ist es möglich Operationen durchzuführen, die die Grauwertkanten deutlicher hervorheben.

Filter werden von Vision immer in einer quadratischen Umgebung von Bildpunkten verwendet - entweder  $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$  oder  $7 \times 7$  Bildpunkte. Die Breite dieses sogenannten Fensters soll hier mit  $m$  bezeichnet werden. Die Mittelwertbildung kann auch als Faltung des Bildausschnittes bzw. Fensters mit einer Maske  $H = (h(u, v))$  geschrieben werden:

$$s'(x, y) = \frac{1}{m^2} \sum_{u=0}^{m-1} \sum_{v=0}^{m-1} s(x+k-u, y+k-v) h(u, v) \quad (3.4)$$

Hierbei ist

$$k = \frac{m-1}{2}.$$

Die Maske  $H$  sieht für die Mittelwertbildung folgendermaßen aus:

$$H = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Die einzelnen Elemente der Maske geben die Gewichtung an, mit der die Grauwerte des Bildausschnittes in die Summation eingehen. Solange die Summe aller Elemente gleich eins ist, sind die Mittelwerte von  $S$  und  $S'$  gleich groß.

Jedes Bild enthält fehlerhafte Informationen, sogenanntes Rauschen, das man mit Tiefpassfiltern vermindern kann, bevor das Bild weiter bearbeitet wird. Tiefpassfilter haben ähnliche Auswirkungen wie die Mittelung der Grauwerte eines Bildes: Das Rauschen nimmt zwar ab, aber das Bild wird auch unschärfer. Folgende Maske wird verwendet:

$$H = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Tauchen in der Maske  $H$  auch negative Werte auf, so ergeben sich Differenzoperationen, die auch Gradientenfilter genannt werden. In einem homogenen Bildbereich liefern Differenzoperatoren den Wert 0 - im Ergebnisbild  $S'$  entstehen dann schwarze Bildpunkte. An Stellen großer Grauwertdifferenzen ergeben sich jedoch hohe Werte und somit helle Bildpunkte. Da sich Objektkanten in einem Graustufenbild gerade durch hohe Grauwertdifferenzen auszeichnen, können Differenzoperationen dazu benutzt werden, um Objektkanten zu extrahieren. Der Sobeloperator oder Sobelfilter wurde als Gradientenfilter eingesetzt. Die zugehörige Maske sieht folgendermaßen aus:

$$H = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

#### 3.4.2.4 Morphologische Operationen

Wendet man Faltungsoperatoren in einer Nachbarschaft von Bildpunkten eines Binärbildes an, so spricht man binärer Faltung. Hierbei werden die Multiplikation und Summation von Bildpunkten mit Elementen der Maske durch eine Und-Operation oder eine Oder-Operation ersetzt [54]. Das Ergebnis einer solchen Operation kann nur null oder eins sein. Das bedeutet, daß einem Objekt in einem binären Bild entweder Bildpunkte entfernt oder hinzugefügt werden. Löcher und Risse können vergrößert oder verkleinert werden und die Form des Objektes kann letztendlich beeinflußt werden. Deswegen nennt man solche Operatoren auch morphologische (formbeeinflussende) Operatoren.

Bei der einfachsten Form der Dilatation werden alle Elemente der Maske zu eins gesetzt. Befinden sich ein oder mehrere Pixel mit dem Wert eins - also helle Bildpunkte - in dem betrachteten Bildausschnitt, wird das Ergebnis der Operation zu eins. Auf diese Weise wird das Objekt ausgedehnt. Werden nicht alle Elemente der Maske auf eins gesetzt, so wird das Ergebnis der Operation nur dann zu eins, wenn mindestens eine Eins - also ein heller Bild-



punkt - im betrachteten Bildausschnitt an der gleichen Stelle sitzt wie eine Eins in der Maske. Ein typisches Beispiel für eine Maske ist:

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Mit dem Dilationsoperator:

$$s'(x, y) = \bigvee_{u=0}^{m=-1} \bigvee_{v=0}^{m=-1} s(x+k-u, y+k-v) \wedge h(u, v) \quad (3.5)$$

Der Schließungs- oder Closingoperator ist eine Kombination aus den elementaren binären Faltungsoperatoren. Die Dilatation ist sehr gut geeignet, um unerwünschte Löcher und Risse in Objekten zu füllen, hat aber den Nachteil, daß die Objekte vergrößert und das Ergebnis somit verfälscht werden. Die Erosion dagegen ist zwar gut verwendbar zur Entfernung kleiner, isolierter Objekte, führt aber auch zu einer unerwünschten Verkleinerung der anderen Objekte. Der Closingoperator führt erst eine Dilatation und dann eine Erosion durch. Dies hat den Vorteil, daß Löcher und Risse geschlossen und kleine Objekte entfernt werden, ohne die Größe der betrachteten Objekte wesentlich zu verändern.

Eine weitere morphologischen Operation wird verwendet, um Löcher in Objekte auszufüllen. Oft gelingt es nicht, die Blasen als zusammenhängende Objekte zu erkennen, sondern nur als ellipsenförmige Ringe. Sofern ein solcher Ring geschlossen ist, kann diese Operation das Innere einer Blase mit hellen Bildpunkten ausfüllen. Die Leistungsfähigkeit dieses Operators ist allerdings nicht sonderlich hoch. Oft gibt es Probleme, einheitliche Objekte zu erkennen und es wird entweder zu viel oder zu wenig aufgefüllt. Gerade nach Anwendung des Sobeloperators, wodurch Blasen als ein Gebilde von zwei oder mehreren konzentrischen Ringen erscheinen können, arbeitet der Objektausfüllungsoperator unzuverlässig. Wenn die horizontalen und vertikalen Feretdurchmesser der Blasen bestimmt werden sollen, macht es allerdings keinen Unterschied, ob die Objekte ausgefüllt sind oder nicht.

#### 3.4.2.5 Auswertung

Aus den Binärbildern kann die Auswertesoftware verschiedene Dimensionen der abgegrenzten Bereiche, die dem Abbild der Blasen entsprechen, bestimmen. Als charakteristische Dimensionen für die Blasen wurden der horizontale und vertikale Feret-Durchmesser gewählt. Diese charakteristischen Größen berücksichtigen jedoch nicht die Orientierung der meist als Ellipsoiden angenommenen Blasen und ergeben einen Fehler bei der Bestimmung der Halbachsenlängen der Blase (siehe Abb. 3.15). Da jedoch die Closing- und Füll-Operatoren insbesondere bei großer Blasenanzahl pro Bild nicht mehr zuverlässig arbeiten und somit nicht ausgefüllte oder sichelförmige Blasenbilder entstehen, sind hier genauere Methoden, die z.B. auf der Bestimmung der Flächen (wie von Bröder und Sommerfeld [16] durchgeführt) oder der maximalen und minimalen Sehnenlängen basieren, auch mit großem Fehler behaftet. Für die Ergebnisse kann ein Wertebereich vorgegeben werden, um zu verhindern, dass Blasenagglomerate oder fehlerhaft erkannte Objekte, z.B. des Hintergrunds, mit in die Auswertung einbezogen werden.

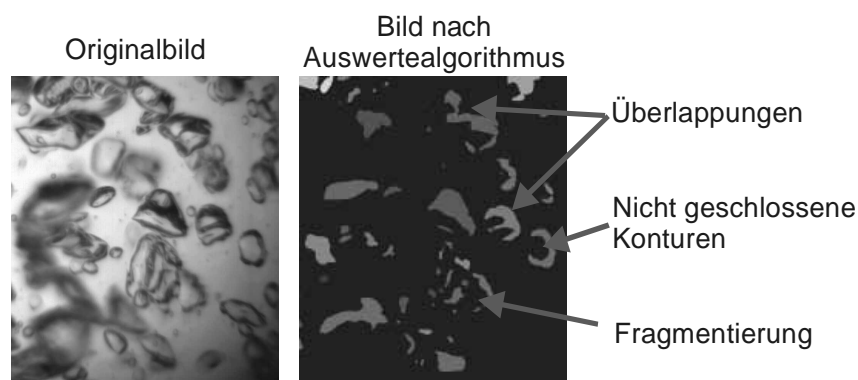
Für die Kalibration wurde ein Objekt definierter Größe (Metallstift mit 5 mm Durchmesser) in die Strömung eingebracht, und Kalibrationsaufnahmen an den Stellen erstellt, an denen anschliessend die Messungen stattfinden.

### 3.4.3 Fehlerbetrachtung der digitalen Bildverarbeitung

Bei der digitalen Bildverarbeitung werden aus den aufgenommenen Bildern durch die Anwendung verschiedener Filter die horizontalen und vertikalen Feret-Durchmesser der Blasen sowie, bei Auswertung von Sequenzen, die Größenverteilungen bestimmt. Durch die Anwendung der Filter wird die Größe der Objekte verändert, da am Rand der Objekte Pixel hinzukommen oder entfernt werden. Dieses ist insbesondere bei den morphologischen Operationen der Fall. Durch die Closing und Dilationsoperatoren entstehen meist zwei Pixel am Blasenrand. Der relative Fehler steigt somit bei sehr kleinen, d.h. aus wenigen Pixeln bestehenden Objekten an (z.B. bei der minimalen, noch ausgewerteten, Blasengröße von 10 Pixeln ist der relative Fehler 20 Prozent bei 50 Pixeln Blasengröße aber nur noch 4 Prozent).

Eine Fehlbestimmung der Durchmesser-Verteilungen entsteht hauptsächlich durch die Fragmentierung von Objekten. So werden einzelne Blasen durch ungenaue Wahl der Auswerteparameter wie dem Threshold, durch ungleichmäßige Beleuchtung oder sehr unregelmäßige Konturen vom Bildauswertalgorithmus als mehrere kleine Objekte erkannt (fragmentiert). Auch die nicht vollständige Erkennung der Konturlinie durch den Gradientenfilter verhindert das korrekte Ausfüllen der Objekte. Insgesamt werden durch diese Fehlauswertungen die Verteilung zu kleineren Durchmessern hin verschoben. Durch das Setzen eines Grenzwertes für den minimal zu berücksichtigenden Feret-Durchmesser kann dieser Fehler verringert werden.

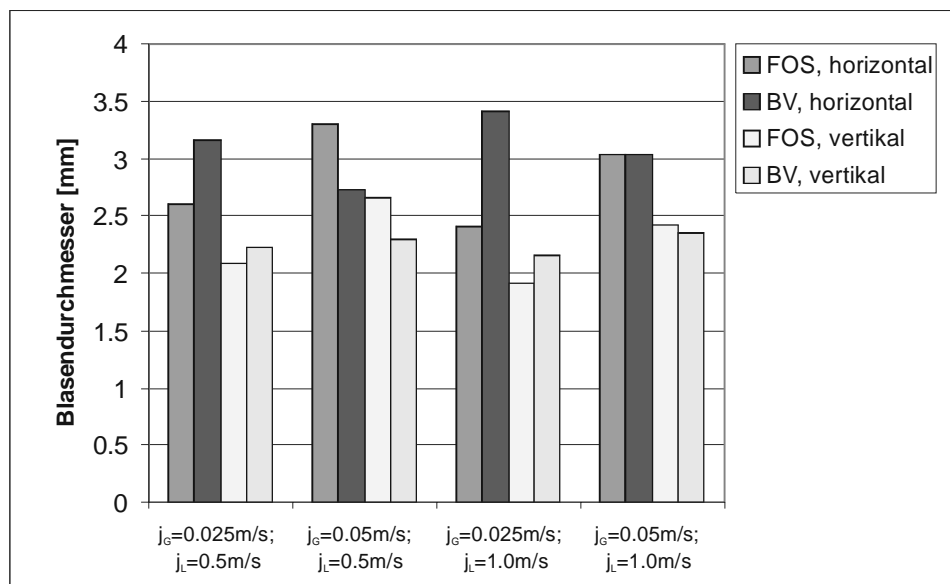
Ab Gasgehalten von etwa zwei bis drei Prozent kommt es zu häufiger Überlappung der Blasen im Videobild. Diese überlappenden Objekte werden vom Algorithmus teilweise als ein großes, zusammenhängendes Objekt erkannt, wodurch die Blasengrößenverteilung fehlerhafterweise zu größeren Feret-Durchmessern hin verschoben wird. Dieser Fehler kann durch das Setzen einer maximalen Blasengröße minimiert werden. Dies ist allerdings auch mit Schwierigkeiten verbunden, da der Maximalwert a-priori festgelegt werden muss, was dazu führen kann, dass auch real vorliegende große Blasen nicht ausgewertet werden.



**Abb. 3.8** Beispiele für vom Bildverarbeitungsalgorithmus fehlerhaft erkannte Blasen

Die Quantifizierung der Fehler in der Bestimmung der Blasengrößenverteilung durch den Bildverarbeitungsalgorithmus ist schwer abzuschätzen. Eine Möglichkeit, die Güte der Messungen abzuschätzen, ist der Vergleich mit Messungen der Blasengrößenverteilung mit Hilfe der faseroptischen Sonden (siehe Kapitel 3.6) bei geringen Gasgehalten. In Abb. 3.9 sind einige Vergleichswerte dargestellt. Die korrespondierenden Verteilungen sind im Anhang, Abb. 9.10, dargestellt. Die vertikalen Durchmesser aus den faseroptischen Messungen ergeben sich aus den horizontalen mit dem Faktor 0.8 (vereinfacht bestimmt für Blasen mit einem Durchmesser von 2.5 mm mit Gleichung (2.26)). Es ergibt sich eine Übereinstimmung zwischen jeweils horizontalen und vertikalen Durchmessern in der Fehlerbreite  $\pm 20\%$ . Dieses entspricht in etwa auch der Fehlerbreite der Messungen mit faseroptischen Sonden. Die größte Einzelabweichung von 42% zeigt sich bei der Messung mit den Einstellungen  $j_G = 0.025$  m/s und  $j_L = 1.0$  m/s. Dieser, mit der Bildverarbeitung ermittelte, mittlere Durchmesser ist allerdings physikalisch nicht plausibel, da sich bei größerer Gasleerrohrgeschwindigkeit wieder ein kleinerer Durchmesser ergibt. Die Faseroptik bildet physikalisch plausibel den Verlauf der Blasengrößen richtig ab: Mit steigender Gasmenge steigt der Durchmesser, mit steigender Flüssigkeitsmenge sinkt der Durchmesser. Der Fehler der Bildverarbeitung kann durch ungünstige Aufnahme- oder Belichtungsbedingungen oder durch unkorrekte Wahl eines Threshold-Parameters bei der Auswertung entstanden sein. Bei der automatisierten Bildauswertung wurde somit jede Auswertung einer Plausibilitätsprüfung unterzogen und zudem einige, am Bildschirm manuell vermessene, Blasen als Referenz herangezogen um die Auswerteparameter kritisch zu überprüfen.

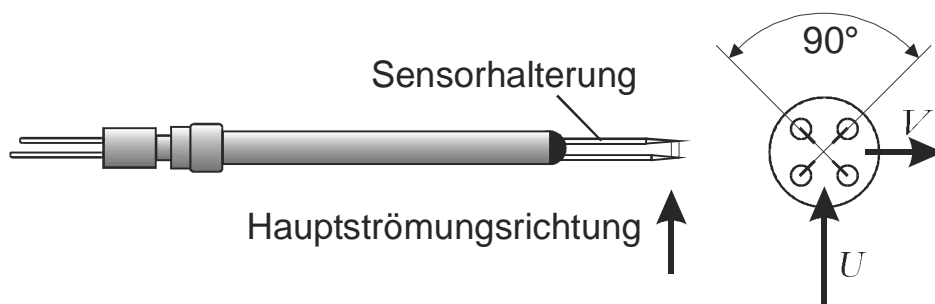
Für den Fehler bei der Bestimmung einer Zeitdauer aus den Hochgeschwindigkeitsaufnahmen ist die Aufnahmefrequenz entscheidend. Da sich die Kollisions-, Koaleszenz- und Zerfallsvorgänge für kleine Blasen in Zeitskalen unter 10 ms abspielen, ist zur Bestimmung der Dauer dieser nur optisch zu beobachtenden Prozesse eine hohe Aufnahmefrequenz notwendig. Es wurde ein Wert von mindestens 924 Bildern pro Sekunde gewählt. Bei einer Vorgangsdauer von 10 ms ergibt sich somit ein Fehler in der Zeitbestimmung von 11%.



**Abb. 3.9 Vergleich zwischen den mittleren Blasendurchmessern aus faseroptischen Messungen (FOS) und digitaler Bildverarbeitung (BV), jeweils für horizontale und vertikale Achsenlänge der als Ellipsoiden angenommenen Blasen (MK 2,  $x/D=5.5$ )**

### 3.5 Heissfilmsonden

Die örtlichen Strömungsgrößen wie mittlere Flüssigkeitsgeschwindigkeit, turbulente Schwankungsgeschwindigkeit, turbulente Spektren und Längenmaße wurden mit dem Constant-Temperature-Anemometer (CTA) IFA-300 der Firma TSI bestimmt. Eingesetzt wurde eine gerade X-Heißfilmsonde vom Typ 1240-20W. Die Aufnahmefrequenz beträgt 10 kHz, die Signale werden in 12 Bit digitalisiert.



**Abb. 3.10 X-Heissfilmsonde TSI 1240-20W (weitere Informationen siehe [121])**

Diese Sonde ermöglicht die gleichzeitige Messung von zwei Geschwindigkeitskomponenten. Sie besteht aus zwei nahe zusammenliegenden, um 90° verdrehten zylindrischen Sensoren. Idealerweise steht jeder Sensor im Winkel  $\alpha$  von 45° zur Hauptströmungsrichtung (siehe Abb. 3.11).

Die Messung der Strömungsgrößen mit Hilfe der Heißfilmanemometrie basiert auf vier chronologischen Arbeitsschritten.

1. Kalibration der Sonde in Flüssigkeit in einem Kalibrationskanal
  2. Durchführung der Messungen in der zu untersuchenden Strömung
  3. Blasenselektion: Erzeugung reiner Flüssigkeitssignale durch Trennung von Flüssigkeits- und Gassignalanteilen
  4. Bestimmung der Strömungs- und Turbulenzgrößen der kontinuierlichen Phase aus dem reinen Flüssigkeitssignal durch Anwendung einer Summe-Differenz-Methode
- Es wird folgender Zusammenhang zwischen Anemometerspannung  $E$  und der effektiven Strömungsgeschwindigkeit  $V_{eff}$  verwendet:

$$E^2 = A + BV_{eff}^n \quad (3.6)$$

wobei  $A$ ,  $B$  und  $n$  sensorcharakteristische Koeffizienten darstellen, die durch Kalibration bestimmt werden müssen. Die effektive Geschwindigkeit ist über folgende Beziehung mit dem Anströmwinkel  $\alpha$  definiert:

$$V_{eff} = |\vec{v}|(\cos^2 \alpha + k^2 \sin^2 \alpha)^{1/2} \quad (3.7)$$

Der Vektor der Strömungsgeschwindigkeit wird in einem sensorfesten Koordinatensystem über eine normale und eine tangentiale Geschwindigkeitskomponente ausgedrückt.  $k$  stellt den tangentialen Richtungskoeffizienten des Sensors dar, der durch Winkelkalibration bestimmt werden muss.

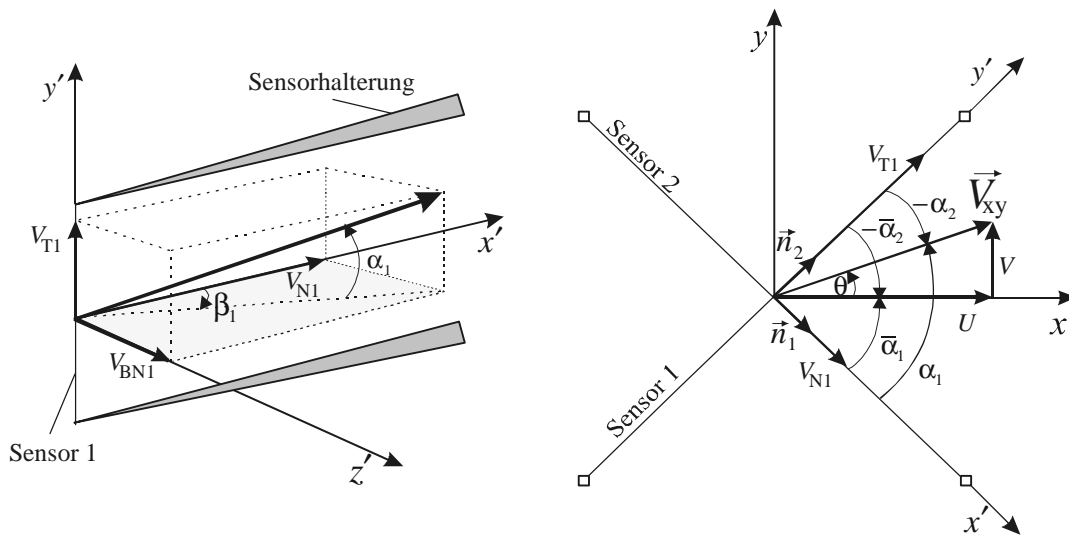


Abb. 3.11 Sensorgeometrie der X-Heissfilmsonde aus Benk [6]

### 3.5.1 Kalibration

Die Kalibration wird in einem dazu entwickelten 4 m langen Kanal durchgeführt (siehe Benk [6]), in dem die Sonde in einem drehbaren Schlitten durch die ruhende Flüssigkeit gezogen wird. Während der Kalibration werden simultan Anemometerspannung ( $E$ ) und Schlittengeschwindigkeit ( $V$ ) aufgenommen. Zunächst wird eine Geschwindigkeitskalibration bei einem mittleren Anströmwinkel  $\alpha$  von  $45^\circ$  durchgeführt. Danach wurde der mittlere Anströmwinkel in  $5^\circ$ -Schritten variiert. Aus den so erhaltenen Daten können die Parameter  $A$ ,  $B$ ,  $n$  und  $k$

durch eine Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmt werden. Die Kalibration bei  $\alpha = 45^\circ$  wurde zudem vor jeder Messreihe wiederholt und mit früheren Ergebnissen verglichen, um Veränderungen an den Sensoren frühzeitig zu erkennen und die Kalibrationsparameter ggf. anzupassen.

### 3.5.2 Blasenselektion

Zielgröße der Messungen sind die Strömungs- und Turbulenzgrößen der kontinuierlichen Phase. Aus diesem Grund müssen die Signalanteile, die von dem Einfluss der Gasphase herühren, aus dem zweiphasigen Signalverlauf, also den über eine Zeitspanne gemessenen Anemometerspannungen, herausgefiltert (selektiert) werden. Hierfür wird der von Benk entwickelte Blasenselektionsalgorithmus verwendet. Dieser beruht auf einer Spannungs- und Steigungsschwellwert-Methode. Der Spannungsschwellwert muss tiefer als der niedrigste Flüssigkeitsmesswert liegen. Der Spannungsschwellwert wird aus dem gleitenden Spannungsmittelwert reduziert um eine Differenz  $\Delta E$  berechnet. Letztere muss größer sein als die maximalen Schwankungen im Flüssigkeitssignal und wurde empirisch für das verwendete Anemometersystem festgelegt.

$$T = \bar{E}_{\text{gleit}} - \Delta E \quad (3.8)$$

Für den Steigungsschwellwert wurden von Benk et al. [8] präzise Analysen der Signalverläufe beim Ein- und Ausstechen der Blase durchgeführt. Aus der Analyse dieser Vorgänge werden bestimmte Kombinationen von Spannungs- und Steigungsschwellwertkriterien ausgewählt.

### 3.5.3 Signalauswertung

Zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeiten werden die selektierten Signale der Sensoren 1 und 2 miteinander korreliert. Hierfür wird eine Summe-Differenz-Methode erster Ordnung nach Bruun [19] eingesetzt. Ziel ist es, die auf die momentanen Flüssigkeitgeschwindigkeiten  $u$  und  $v$  in axialer und azimuthaler Strömungsrichtung zu bestimmen.

$$\begin{aligned} u &= \frac{V_{\text{eff},1} + V_{\text{eff},2}}{2f(\bar{\alpha})} \\ v &= \frac{V_{\text{eff},2} - V_{\text{eff},1}}{2f(\bar{\alpha})g(\bar{\alpha})} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Die Richtungsfunktionen  $f$  und  $g$  bezüglich des mittleren Anströmwinkels berechnen sich nach

$$\begin{aligned} f(\bar{\alpha}) &= (\cos^2 \bar{\alpha} + k^2 \sin^2 \bar{\alpha}) \\ g(\bar{\alpha}) &= -\frac{1}{f(\bar{\alpha})} \frac{df(\bar{\alpha})}{d\bar{\alpha}} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Bei der Betrachtung turbulenter Strömungen wird die Momentangeschwindigkeit meist zerlegt in die zeitlich gemittelte Geschwindigkeit und die mittlere turbulente Schwankungsgeschwindigkeit.

$$u_L(t) = \bar{u}_L + u'_L(t) \quad (3.11)$$

### 3.5.4 Spektrale Turbulenzstruktur

Weitere wichtige Informationen über die turbulente Strömung liefern die turbulenten Energiespektren. Sie stellen die spektrale Zerlegung der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten dar. Das eindimensionale Energiespektrum für alle Frequenzen  $f$  für die Koordinatenrichtung  $i$  ergibt sich aus den Schwankungsgeschwindigkeiten bei der Betrachtung über den Zeitraum  $T$ .

$$E_{ii}(f) = \frac{2}{T} F^* \{u'_i(t)\} F \{u'_i(t)\} \quad (3.12)$$

Dabei sind  $F \{u'_i(t)\}$  die Fouriertransformierte und  $F^* \{u'_i(t)\}$  die konjugiert komplexe Fouriertransformierte der momentanen Schwankungsgeschwindigkeit  $u'_i(t)$ . Bei der Berechnung der Energiespektren wurde die Fast-Fourier-Transformation (FFT) eingesetzt. Die Integration des Energiespektrums ergibt wieder die mittlere quadratische Schwankungsgeschwindigkeit.

$$u'^2_L = \int_0^\infty E_{ii}(f) df = \int_0^\infty E_{ii}(k) dk \quad (3.13)$$

mit der Wellenzahl  $k$ :

$$k = 2\pi f / \bar{u}_L$$

### 3.5.5 Integrale Turbulenzgrößen

Die Modelle der Turbulenz werden charakterisiert von verschiedenen Längen und Zeitmaßen der Turbulenz. Die Makrolänge ist ein Maß für die Größe der energiereichsten Wirbel in der Strömung. Sie korrespondiert mit der Größe der turbulenzerzeugenden Elemente in einer Strömung und wird aus der zeitlichen Autokorrelation bestimmt, hier dargestellt in  $x$ -Richtung.

$$\Lambda_x = \bar{u}_L \int_0^\infty R_{xx}(\tau) d\tau \quad (3.14)$$

Die zeitliche Autokorrelation mit der variablen Verzögerungszeit  $\tau$  ist hier definiert als:

$$R_{ii} = \frac{\overline{u'_i(t)u'_i(t+\tau)}}{\overline{u'^2_i(t)}} \quad (3.15)$$

Als Mikrolängenmaße können die Taylorschen und die Kolmogorovschen Mikrolängen bestimmt werden [51]. Von großer Bedeutung für die Beschreibung der Turbulenz ist die Dissipationsrate. Sie wird aus der Makrolänge bestimmt. Hierfür muss die Annahme der Isotropie getroffen werden und die Taylor'sche Hypothese berücksichtigt werden (siehe z.B. Tennekes und Lumley [115]). Der Faktor  $A$  wird von verschiedenen Autoren bestimmt und wird hier mit 1.4 angenommen.

$$\varepsilon_t = A \frac{u_L^3}{\Lambda_x} \quad (3.16)$$

### 3.5.6 Fehlerbetrachtung bei Messungen mit Heißfilmsonden

#### 3.5.6.1 Flüssigkeitsgeschwindigkeit, Einphasige Strömung

Als Referenzgröße wird der Volumenstrom durch das Strömungsrohr genutzt, der mit den Küppers-Turbinenraddurchflussmessern nach Herstellerangabe mit einem relativen Fehler von 1% bestimmt werden kann. Aus den mit den X-Heißfilmsonden gemessenen lokalen mittleren Flüssigkeitsgeschwindigkeiten kann durch Integration über dem Rohrquerschnitt der Volumenstrom bestimmt werden, der dann mit dem an den Durchflussmessern ermittelten verglichen wird. Das Integral wird mittels der Sehnentrapezregel gelöst.

$$\dot{V}_L = 2\pi \int_0^R \bar{u}_L(r) r dr \quad (3.17)$$

Alle Sondenmessungen werden in zwei Richtungen durchgeführt, so dass der Mittelwert beider Messrichtungen zur Bestimmung des Fehlers herangezogen werden konnte. Dieses Verfahren erhöht die Genauigkeit der Messungen, da insbesondere im hochturbulenten Gebiet hinter den Turbulenzgitter die Rotationssymmetrie der Strömung, bedingt durch die Konstruktionsform der Gitter, noch nicht erreicht ist. Die so ermittelten relativen Fehler liegen im Bereich von 5%. Diese Fehlergröße zeigt die Anwendbarkeit der gewählten Kalibrationsmethode und der durch Kalibration ermittelten Sondenparameter im gesamten Geschwindigkeits- und Turbulenzbereich der durchgeführten Messungen.

#### 3.5.6.2 Zweiphasige Strömung: Betrachtung mittlere Geschwindigkeit

In ähnlicher Weise kann auch der Fehler der mit den X-Heißfilmsonden gemessenen mittleren Flüssigkeitsgeschwindigkeiten in zweiphasiger Strömung ermittelt werden. Hier muss jedoch noch die am jeweiligen Ort gemessene lokale Gasgehalt berücksichtigt werden, da die Gasphase einen Teil des Strömungsquerschnittes versperrt und die Flüssigkeit somit zur Wahrung der Kontinuität schneller strömen muss.

$$\dot{V}_L = 2\pi \int_0^R \bar{u}_L(r) (1 - \varepsilon_G) r dr \quad (3.18)$$

Bei der Bewertung der so ermittelten Fehler ist allerdings zu beachten, dass auch der Fehler der Gasgehaltsbestimmung (siehe Kapitel 3.6.1) mit eingeht, wobei dieser Einfluss bei Gasgehalten kleiner 20% noch gering bleibt. Einen großen Einfluss auf die ermittelten Fehler hat der Blasenselektionsalgorithmus. Der Fehler liegt in der Größenordnung von 10%.

Bei den Messungen mit X-Heißfilmsonden ist die Kalibration wichtig. Das SONDENSIGNAL kann durch mögliche Verschmutzungen, die mit dem bloßen Auge nicht sichtbar sind, verändert werden. Somit wurde während der Messungen mindestens einmal die eingesetzte Sonde kalibriert und mit vorhergehenden Kalibrationen verglichen. Kam es zu Veränderung der Kalibrationskurve, wurde die Sonde gereinigt. Veränderte sich das SONDENSIGNAL dauerhaft,



so wurden die jeweils aktuellsten Kalibrationsdaten zur Auswertung herangezogen, oder die Sonde musste ausgetauscht werden.

### 3.6 Faseroptische Sonden

Für die Untersuchungen wurden zwei Typen von Sensoren eingesetzt, die von Rinne entwickelt wurden [99]. Abb. 3.12 zeigt die geometrischen Abmessungen.

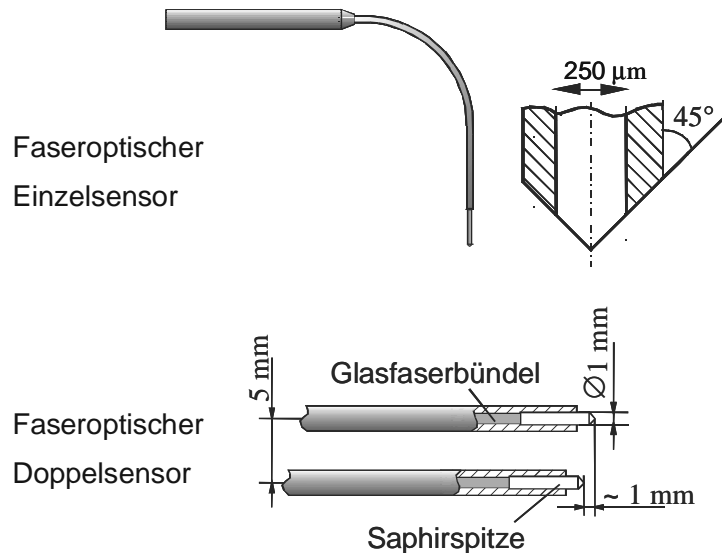


Abb. 3.12 Faseroptische Sensoren, Bauformen und Abmessungen

#### 3.6.1 Signalauswertung

Zur Auswertung der Signale der faseroptischen Sonden wird eine Schwellwertmethode eingesetzt. Der Schwellwert wird aus einer Vergleichsmessung in einer reinen Einphasenströmung bestimmt. Nach Tillenkamp wird von einer Gauß'schen Normalverteilung der Messwerte im faseroptischen Flüssigkeitssignal ausgegangen. Über den statistischen Mittelwert der gemessenen Spannungswerte und die Standardabweichung wird der Schwellwert über

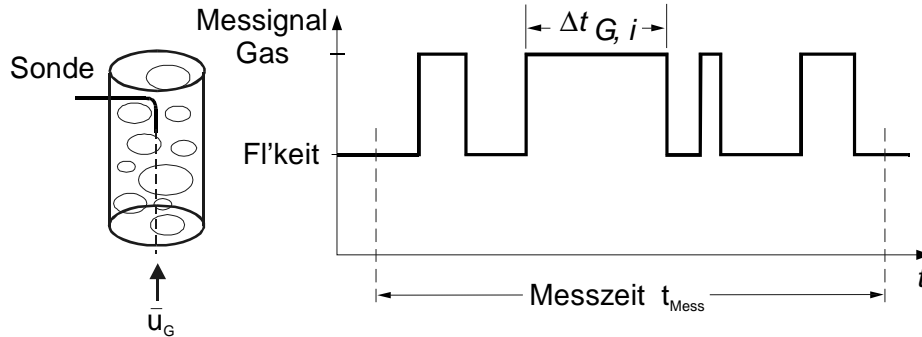
$$T = \bar{E} + 3.891\sigma \quad (3.19)$$

ermittelt. Mit Hilfe des ermittelten Schwellwertes wird das Zweiphasensignal am Messort in eine Phasenindikatorfunktion transformiert. Aus der Signalanalyse ergibt sich dann der lokale Gasgehalt aus der Summe der Gasdetektionszeiten bezogen auf die Gesamtmesszeit.

$$\varepsilon_G = \frac{1}{t_{Mess}} \sum_i \Delta t_{G,i} \quad (3.20)$$

Signalanalysen von Benk [6] haben ergeben, dass vor dem Blasen Hauptsignal aufgrund der Lichtreflexion an der Phasengrenzfläche häufig kurze Vorsignale auftreten. Außerdem können im Blasensignal kurzfristige Spannungsschwankungen als Zwischensignale auftreten, die durch die ungleichmäßige Sensorbenetzung bewirkt werden. Fällt der Signalpegel zwischen zwei detektierten Blasensignalen für weniger als 0.25 ms unter den Schwellwert, so

werden diese Signalpunkte wie im von Rinne [100] vorgestellten Auswertalgorithmus als Gasphase deklariert. Zusätzlich werden Gassignale, die kürzer als 0.8 ms dauern, nicht als Gasphase gewertet, da sie hauptsächlich durch Rauscheffekte zustandekommen.



**Abb. 3.13 Schematischer Signalverlauf einer Faseroptischen Sonde**

Die Gasgeschwindigkeit wird mit Hilfe der faseroptischen Doppelsonde bestimmt. Hierfür muss die Laufzeit der Blasen vom unteren Sensor zum oberen Sensor gemessen werden. Hierfür wird die Kreuzkorrelationsfunktion angewendet. Gemessen werden die Signalzeitreihen E1 und E2. Die Lage des Maximums der Kreuzkorrelationsfunktion  $R_{12}$  kennzeichnet die zeitliche Signalverschiebung, die der mittleren Laufzeit  $\tau$  der Blasen von unteren zum oberen Sensor entspricht. Die Kreuzkorrelation wird jeweils für ein Signalsegment von  $2^{16}$  Messpunkten, bei einer Messfrequenz von 60 kHz entsprechend einer Dauer von 1.1 s, berechnet. Die Gesamtdauer der Messung beträgt 40 s. Die Segmentergebnisse werden arithmetisch gemittelt. Die örtliche, zeitlich gemittelten Gasphasengeschwindigkeit ergibt sich aus dem Sensorabstand  $\Delta x_s = 5 \text{ mm}$  und der mittleren Laufzeit.

$$\overline{u_G} = \frac{\Delta x_s}{\overline{\tau}} \quad (3.21)$$

Die Sehnenlängen ergeben sich aus der Kombination der Ergebnisse von faseroptischer Einzel- und Doppelsonde. Die Blasensehnenlänge jeder Blase berechnet sich aus der Gasdetektionszeit jeder identifizierten Blase (Signal von Einzelsonde) und der mittleren Gasgeschwindigkeit (Ermittelt aus der Signalauswertung der Doppelsonde).

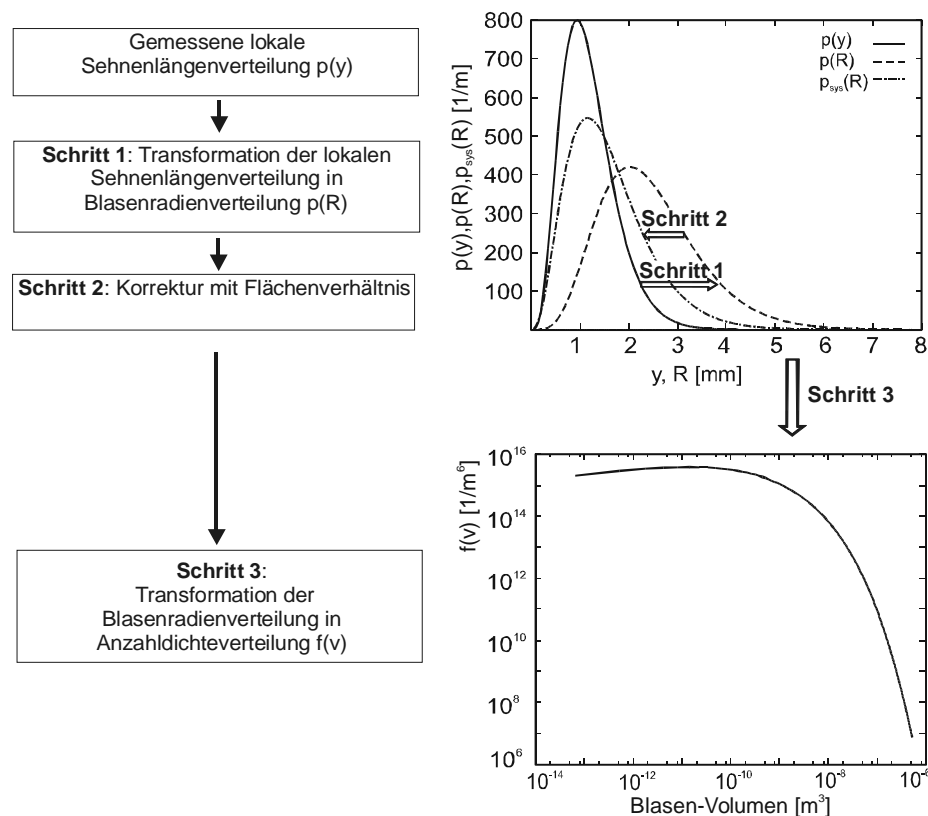
$$y = s_{B,i} = \overline{u_G} \Delta t_{G,i} \quad (3.22)$$

Durch Klassierung in Sehnenlängenklassen kann die diskrete lokale Blasensehnenlängenverteilung  $h(y)$  ermittelt werden.

### 3.6.2 Transformation von Sehnenlängenverteilungen in Anzahldichteverteilungen

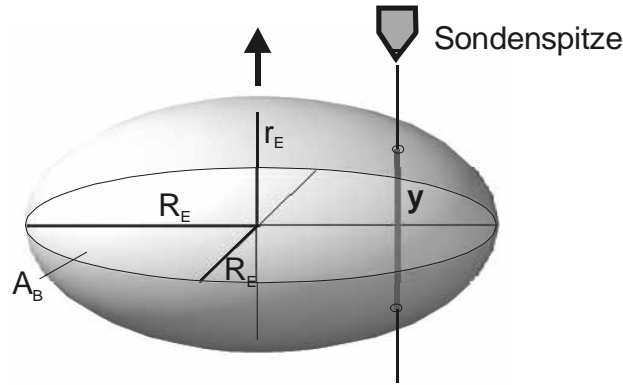
Die experimentelle Validierung der Populationsbilanz und der Erhaltungsgleichungen für die Momente erfordert die Kenntnis der ADV. Bei der Transformation der Sehnenlängen-PDF in eine ADV sind folgende Punkte zu beachten:

1. Die Sondenspitze kann die Blasenoberfläche an jedem beliebigen Punkt treffen. Das bedeutet, dass in den meisten Fällen die gemessene Sehnenlänge nicht dem Blasendurchmesser (bzw. der Achsenlänge eines Ellipsoids) entspricht, sondern kleiner ist.
  2. Die Blasenform wird bei größeren Blasen sehr unregelmäßig.
  3. Betrachtet man ein abgegrenztes Messvolumen, so werden hierin große Blasen mit einer größeren Wahrscheinlichkeit von der Sonde getroffen, als kleine Blasen. Das bedeutet, dass die lokal bestimmte PDF von der im Gesamtsystem vorliegenden PDF abweicht.
- Die Schritte zur Umwandlung der PDF in eine ADV sind in Abb. 3.14 dargestellt. Diese Vorgehensweise ist in ähnlicher Form auch bei Gnotke et al. [36] dargestellt.



**Abb. 3.14 Umwandlungsschritte von einer gemessenen Sehnenlängen- zu einer Anzahldichteverteilung**

Im ersten Schritt wird die gemessene Sehnenlängenverteilung  $p(y)$  in eine PDF der längeren Ellipsenachsenlänge  $p(R)$  umgewandelt. Hierbei wird eine Vorgehensweise gewählt, die Clark et al. [21] vorschlagen. Dabei ist eine Annahme über die Blasenform erforderlich. Die Blasen werden als Ellipsoide angenommen, wie in Abb. 3.15 dargestellt.



**Abb. 3.15 Angenommene Blasenform zur Umwandlung der Sehnenlängen- in Durchmesser-Verteilung**

Das Achsenverhältnis  $b$  wird dabei gemäß Gleichung (2.26) in Kapitel 2.3 bestimmt. Die Umwandlung geschieht gemäß Gleichung (3.23).

$$p(y) = \int_0^{\infty} p(R_E) p(y | R_E) dR_E \quad (3.23)$$

Die bedingte Wahrscheinlichkeit  $p(y | R_E)$  berücksichtigt die Blasenform. Sie definiert die Wahrscheinlichkeit der Messung einer Sehnenlänge  $y$ , wenn eine Blase mit Achsenlänge  $R_E$  und Formparameter  $b$  von der Sonde getroffen wird.

$$p(y | R_E) = \frac{y}{2b^2 R_E^2} \quad (3.24)$$

Durch Diskretisierung ergibt sich aus Gleichung (3.23) ein Gleichungssystem, das direkt nach  $p(R_E)$  gelöst werden kann. Allerdings ergibt diese exakte Lösung nach Liu et al. [79] häufig stark schwankende Funktionsverläufe für  $p(R_E)$  oder auch physikalisch unsinnige negative Wahrscheinlichkeitsdichten. Lee et al. [75] schlagen deshalb die Lösung eines Optimierungsproblems vor mit der Bedingung  $p(R_E) > 0$ .

$$p(y) - \int_0^{\infty} p(R_E) p(y | R_E) dR_E \rightarrow \text{Min} \quad (3.25)$$

Zur Lösung dieses Problems wird angenommen, dass sich die Verteilung  $p(R_E)$  durch eine Gamma-Verteilung wiedergeben lässt. Damit reduziert sich das Problem und vor allem der numerische Aufwand auf die Optimierung der Parameter  $q$  und  $\lambda$  der Gamma-Verteilung (siehe Kapitel 2.2.3). In Kapitel 4.3.9.1 wird diese Annahme durch die Durchführung von  $\chi^2$ -Tests gestützt.

Um zu berücksichtigen, dass große Blasen mit höherer Wahrscheinlichkeit von der Sondenspitze getroffen werden als kleine, muss jede Wahrscheinlichkeitsdichte mit dem Faktor  $A/A_B$ , d.h. der Querschnittsfläche des Kontrollvolumens geteilt durch die projizierte Fläche der

Blase, korrigiert werden. Dieses führt zu folgender Berechnungsvorschrift für die im System vorliegende Blasenradienverteilung gemäß Samstag [102] :

$$p_{\text{sys}}(R_E) = \frac{p(R_E) / A_B}{\int_0^\infty [p(R_E) / A_B] dR_E} \quad (3.26)$$

Damit verschiebt sich die Radienverteilung wieder zu kleineren Durchmessern. Im nächsten Schritt wird die Radienverteilung in eine Volumenverteilung umgewandelt.

$$p(v) = p_{\text{sys}}(R_E) \frac{dR_E}{dv} = \frac{p_{\text{sys}}(R_E)}{4\pi R_E^2} \quad (3.27)$$

Hieraus ergibt sich dann zusammen mit dem gemessenen lokalen Gasgehalt die ADV:

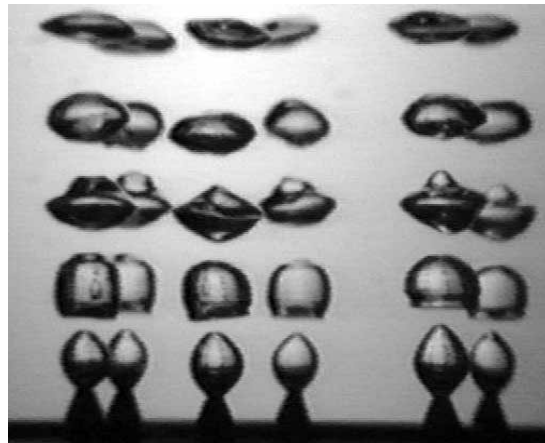
$$f(v) = \frac{\varepsilon_G}{\bar{v}} p(v) = \frac{\varepsilon_G p(v)}{\int_0^\infty p(v) v dv} \quad (3.28)$$

### 3.6.3 Fehlerabschätzung bei Messungen mit faseroptischen Sonden

Zur genaueren Untersuchung der Fehler der faseroptischen Sonden wurden Vorversuche in Strömungen im 90-mm-Strömungsrohr mit geringem Gasgehalt durchgeführt. Messort ist die Messebene E3 (siehe TABELLE 5), denn hier ist eine homogene Verteilung der Blasen über dem Querschnitt gegeben.

Ziel ist es einerseits Blasen von definierter und bekannter Größe zu erzeugen und diese Blasengröße dann andererseits mit dem faseroptischen Messsystem zu ermitteln, um die Abweichungen zu erkennen.

Durch die Wahl von Mischkammer MK 1 mit Eindüseröhrchen von 1 mm Innendurchmesser können zudem sehr gleichmäßige Blasenvolumina erreicht werden. In der Strömung mit geringem Blasengehalt bei  $j_G = 0.0125$  m/s ,  $j_L = 0.5$  m/s können Vergleichsauswertungen mit Hilfe des Bildverarbeitungssystems durchgeführt werden. Die sehr gleichmäßige Blasenbildung als Blasenketten im Bereich der Einzelblasenbildung erlaubt die genaue Bestimmung der Bildungsfrequenz und damit des mittleren Volumens der Primärblasen. Dieses kann dann mit den Ergebnissen der Faseroptik verglichen werden.

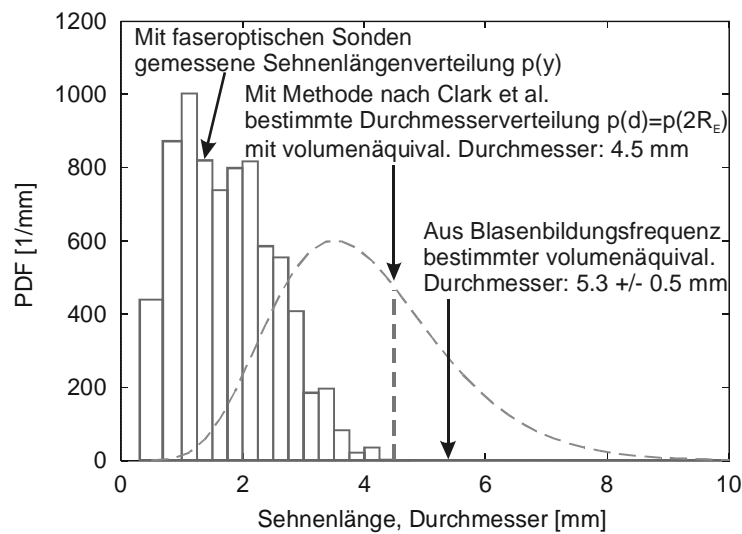


**Abb. 3.16 Gleichmäßige Bildung von Blasen in Blasenketten, MK 1**

Aus den aufgenommenen Hochgeschwindigkeitsvideosequenzen wurde eine Bildungszeit von 10 ms ermittelt, also eine Bildungsfrequenz von 100 Blasen pro Sekunde bei einem Fehler von 10%, da die Bildungszeit nur auf eine Millisekunde genau bestimmt werden kann. Bei entsprechender Blitzfrequenz am Stroboskop erscheint die Blasenkette stehend, was die gleichmäßige Blasenbildung beweist. Bei acht Eindüseröhrchen ergibt dies 800 Blasen pro Sekunde. Der Gasvolumenstrom beträgt  $j_{GA} = 5.6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$  wobei der Gasmengenstrom mit Hilfe des Idealen Gasgesetzes für den aktuellen Druck und Temperatur berechnet wird. Der aktuelle Druck wurde bei den Druckmessungen ermittelt (siehe Kapitel 4.3.3). Es ergibt sich dann unter der Annahme, dass zwischen Mischkammer und Messebene 3 keine Koaleszenz und Zerfall stattfindet, ein volumenäquivalenter Blasendurchmesser von  $5.3 \pm 0.5 \text{ mm}$ .

Die Ergebnisse mit den faseroptischen Sonden wurden an Ebene E3 ermittelt. Über den Radius wurden mit Einzel- und Doppelsonden die Messungen durchgeführt und mit dem beschriebenen Auswertalgorithmus die Blasendurchmesserverteilung ermittelt.

Abb. 3.17 zeigt die gemessene querschnittsgemittelte Sehnenlängenverteilung und die resultierende Durchmesserverteilung, die mit der Methode nach Clark et al. wie in Kapitel 3.6.2 beschrieben, ermittelt wurde (Annäherung der Durchmesserverteilung mit Gamma-Verteilung). Der mittlere volumenäquivalente Blasendurchmesser beträgt für diese Verteilung 4.5 mm bei einer Standardabweichung von 1.4 mm. Die hohe Standardabweichung ergibt sich hauptsächlich aus den Formoszillationen, die natürlich auch in die Meßergebnisse eingehen, da das reale Blasenvolumen direkt nicht gemessen werden kann. Es ergibt sich damit eine Abweichung gegenüber dem mittleren Durchmesser aus der Blasenfrequenz von 0.8 mm oder -15%. Die Faseroptik liefert somit tendenziell zu kleine Blasengrößen bei zu hoher Standardabweichung.



**Abb. 3.17 Mit Faseroptik ermittelte Sehnienlängen- und daraus resultierende Durchmesser-Verteilung im Vergleich zum aus der Blasenfrequenz ermittelten mittleren volumenäquivalenten Blasen-durchmesser ( $j_L = 0.5 \text{ m/s}$  und  $j_G = 0.0125 \text{ m/s}$ ). Zum Vergleich ist der mittlere volumenäquivalente Durchmesser, der nach Clark et al. aus der Faseroptikmessung resultiert, eingezeichnet (4.5 mm).**

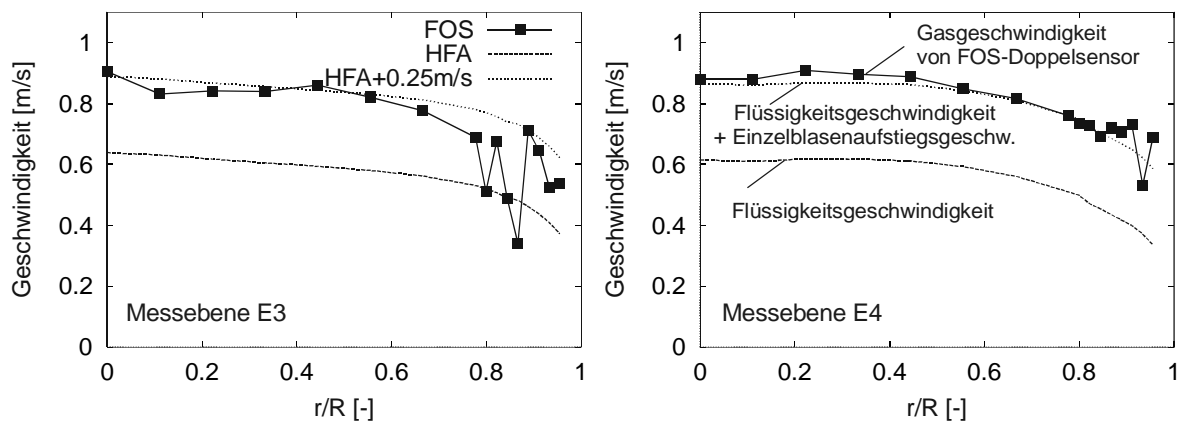
Zur Erklärung der signifikanten Abweichungen, die in Abb. 3.17 ersichtlich sind, kommen schwerpunktmäßig zwei Ursachen in Frage. Es sind dies die Annahme einer festen Blasenform für die Umrechnung der Sehnienlängen- in die Durchmesser-Verteilung und die Deformation der Blase durch die intrusiven Sonden.

Die Annahme einer festen Blasenform (oblat sphäroide Blase mit festem Achsenlängenverhältnis) ist notwendig für den durchgeführten Umrechnungsalgorithmus nach Clark et al., entspricht aber nicht den beobachteten Blasenformen in der Strömung. Wie in Abb. 3.16 gut zu sehen, verändern die Blasen während des Aufstiegs deutlich ihre Form. Es bilden sich sehr unregelmäßige Formen aus, die mathematisch nicht mehr zu erfassen sind. Auch das Sehnienlängenverhältnis ist nicht konstant. Für den in Abb. 3.17 dargestellten Vergleich wurde ein festes Achsenlängenverhältnis von  $b=0.8$  (gemäß Gleichung (2.26)) angenommen. Haben die Blasen an der Messebene E3, die 50 cm nach der Eindüsung liegt und an der die faseroptischen Messungen vorgenommen wurden, in realiter eine flachere Form ( $b < 0.8$ ), so verschiebt sich die Durchmesser-Verteilung nach rechts und die Differenz zum mittleren Durchmesser aus der Blasenfrequenz wird kleiner. Grund dafür ist, dass bei flacherer Form und konstantem Volumen der horizontale Durchmesser der Blase größer würde (siehe Abbildung 2.1 auf Seite 15). Ein Indiz für die flachere Form ist in Abb. 3.16 am oberen Bildrand zu sehen, wo die Blasen eine sehr abgeplattete Form haben. Eine Verbesserung könnte somit erreicht werden, wenn am Ort der Faseroptikmessung eine genauere Analyse der Blasenform vorgenommen würde. Der Aufwand für die hierfür notwendige Bildverarbeitung wäre jedoch beträchtlich, weshalb in dieser Arbeit darauf verzichtet und die Blasenform vereinfacht mit Gleichung (2.26) bestimmt wird. Es ist allerdings damit zu rechnen, dass bei höheren Gasgehalten und damit verbundenen noch stärker unregelmäßig geformten Blasen, der Messfehler noch ansteigen kann.

Als weitere Ursache der fehlerhaften Bestimmung der Blasengrößenverteilung mit den faseroptischen Sonden kommt die Deformation durch den intrusiven Sensor in Frage. Untersuchungen zu den hier verwendeten Sonden wurden von Rinne [100] durchgeführt. Die größten Fehler durch Blasendeformation treten auf, wenn die Blasen in der Größenordnung des Sensors, also unter 1 mm, liegen. Der Beitrag der Deformation zum Gesamtfehler wird deshalb hier, bei Blasen mit einem mittleren Durchmesser von etwa 5 mm, als gering eingestuft.

### 3.6.3.1 Blasengeschwindigkeit

Eine Abschätzung der Genauigkeit der mit den Doppelsonden ermittelten Blasengeschwindigkeit kann in dünnen Blasenströmungen über Korrelationen zur Bestimmung der Blasenauftstiegsgeschwindigkeit durchgeführt werden. Die Vergleichsgröße ergibt sich als Summe der mit der X-Heissfilmsonde ermittelten Wassergeschwindigkeit und der mit der Korrelation nach Mendelson (siehe Kapitel 2.4.4) bestimmten Blasenauftstiegsgeschwindigkeit.



**Abb. 3.18 Vergleich der Blasengeschwindigkeiten bei  $j_L = 0.5$  m/s und  $j_G = 0.0125$  m/s**

Die Einzelblasengeschwindigkeit beträgt nach dieser Korrelation für eine 5 mm Blase etwa 0.25 m/s. Messort sind die Messebenen E3 und E4 (siehe TABELLE 5). Die gemessenen und berechneten Geschwindigkeitsverläufe sind in vorhergehender Abbildung dargestellt. Es ergibt sich gute Übereinstimmung im Bereich der Rohrmitte. Zur Rohrwand hin nimmt der Gasgehalt ab und die Blasengeschwindigkeitsmessung mit dem faseroptischen Doppelsensor wird fehlerhaft. Dies ist insbesondere bei Messebene E3 zu beobachten, da sich die Blasen hier noch nicht über den gesamten Rohrquerschnitt verteilt haben.

Eine weitere Überprüfung der Geschwindigkeitsmessungen wurde durch Vergleich mit PIV (Particle-Image-Velocimetry)-Auswertungen von Hochgeschwindigkeitsfilmen vorgenommen. Hierzu werden zwei aufeinanderfolgende Bilder einer Blasenströmung räumlich segmentiert und diese Segmente dann korreliert, woraus sich die örtliche Geschwindigkeit ergibt [1]. Dazu wurde der PIV-Algorithmus „URAPIV“ von Gurka et al. [40] verwendet. Die Ergebnisse dieser PIV-Auswertung waren jedoch stark vom Gasgehalt und der Größe der räumlichen Segmente abhängig.



### 3.6.3.2 Gesamtfehler der faseroptischen Messungen

Der Fehler von Gasgehalts und Geschwindigkeitsmessung kann durch Vergleich mit dem an den Heatflowmetern eingestellten Gasvolumenstrom ermittelt werden. Der Volumenstrom aus den Faseroptikmessungen ergibt sich unter der Annahme stationärer Bedingungen und genügend langer Messdauer aus:

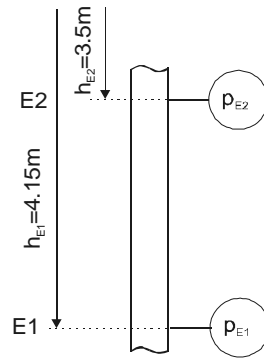
$$\dot{V}_G = 2\pi \int_0^R \varepsilon_G \bar{u}_G(r) r dr \quad (3.29)$$

Bei der Gasgehaltsmessung ist die Deformation der Blasen eine Hauptursache für den entstehenden Messfehler. Von Rinne [100] wurden detaillierte Untersuchungen zur Deformation der Blasen beim Durchstechen und den daraus resultierenden Signalverläufe durchgeführt. Fehler bei der Geschwindigkeitsmessung der Blasen werden durch die Verzögerung der Blasen durch den Kontakt mit der unteren Sonde bewirkt. Nach Benk [6] zeigt sich, dass große Blasen verhältnismäßig kleine Fehler bei der Geschwindigkeitsmessung aufwiesen, da diese von der Berührung der Sonden nur geringfügig abgebremst werden. Bei kleinen Blasen werden die Fehler größer aufgrund der stärkeren Wechselwirkung mit den Sonden. Bei kleinen Blasen kann es auch zur Ablenkung durch den ersten Sensor kommen oder einer starken Querbewegung durch Turbulenz, so dass der zweite nicht getroffen wird, was zu einer Fehlbestimmung der Geschwindigkeit führt. Die sich ergebenden Fehler sind bei den jeweiligen Messungen in Kapitel 4.3 und 4.4 angegeben.

## 3.7 Druckmessung

Zur Messung des hydrostatischen Drucks, der für die Bestimmung des Hold-up, des Strömungsdruckverlustes und zur Fehlerbestimmung benötigt wird, können an den Messblöcken Drucksensoren angebracht werden. Hierfür werden Membran-Differenzdruckaufnehmer (Typ Rosemount 3051CD, Messbereich +/- 2500 mbar) eingesetzt. Da das Strömungsrohr am Gasabscheider zur Atmosphäre hin offen ist kann die Gemischdichte im Rohr  $\rho_M = \langle \varepsilon_G \rangle \rho_G + (1 - \langle \varepsilon_G \rangle) \rho_L$  bzw. der gemittelte Gasgehalt und der zweiphasige Druckverlust pro Längeneinheit  $(\Delta p/l)_{\text{zweiphasig}}$  aus Messungen des Absolutdruckes an zwei Messebenen über die Gleichungen (3.30) bestimmt werden. Dabei wird angenommen, dass die beiden zu bestimmenden Größen über die gesamte Rohrlänge konstant sind.

$$\begin{aligned} p_{E1} &= \rho_M g h_{E1} + (\Delta p/l)_{\text{zweiphasig}} h_{E1} \\ p_{E2} &= \rho_M g h_{E2} + (\Delta p/l)_{\text{zweiphasig}} h_{E2} \end{aligned} \quad (3.30)$$



**Abb. 3.19 Druckmessungen in zweiphasiger Rohrströmung**

## 4. Messergebnisse und Auswertung

In den folgenden Kapiteln werden die durchgeführten experimentellen Versuche ausgewertet und die Messwerte sowie die daraus abgeleiteten Parameter diskutiert. Es werden folgende Untersuchungen beschrieben: Primärblasenbildung (Kapitel 4.1), Einzelprozesse Koaleszenz und Zerfall (Kapitel 4.2), räumliche Entwicklung der Strömungsparameter im 90-mm-Rohr (Kapitel 4.3), im 50-mm-Rohr (Kapitel 4.4) und bei einem statischem Mischer (Kapitel 4.5).

### 4.1 Untersuchung der Blasenbildung bei verschiedenen Eindüsekfigurationen und Bestimmung der Primärblasengröße

Die Primärblasengröße wurden mit Hilfe der in Kapitel 3.4.2 dargestellten Vorgehensweise durch digitale Bildverarbeitung aus den aufgenommenen Videosequenzen der Blasenbildung ermittelt. Dargestellt sind jeweils die mittleren Durchmesser der Blasendurchmesserverteilungen. Als charakteristische Größe wird der mittlere horizontale Feret-Durchmesser herangezogen.

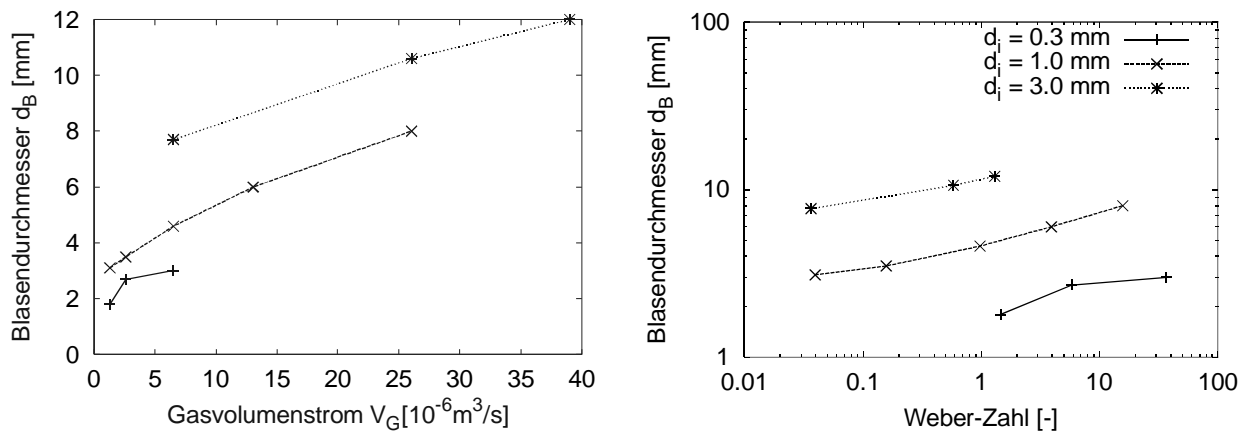
Zur grundlegenden Einordnung des Blasenbildungsmechanismus, die auch später für die Auswahl geeigneter Modelle notwendig ist, wird das dimensionslose Vorkammervolumen nach Tsuge [124] bestimmt. Er verwendet die Kenngröße  $N_C$ , das dimensionslose Vorkammervolumen, als Kriterium für die Unterscheidung nach konstantem Gasdruck oder konstantem Gasdurchsatz, bzw. nach der Mischform und den dimensionslosen Gasdurchsatz. Mit dem tatsächlichen Vorkammervolumen  $V_C$  sowie dem Druck an der Öffnung  $p_{ges}$  ergibt sich das dimensionslose Vorkammervolumen:

$$N_C = \frac{4V_C g \rho_L}{\pi d_i^2 p_{ges}} \quad (4.1)$$

Für Luft gilt nach Tadaki et al. [113, 124] folgende Einteilung: Für  $N_C \leq 1$  ergibt sich ein konstanter Gasvolumenstrom, für  $N_C > 9$  ein konstanter Gasdruck. Für den Zwischenbereich  $1 < N_C \leq 9$  ergibt sich eine Mischform, bei der Druck und Volumenstrom zeitabhängig sind. Bei den vorliegenden Untersuchungen ergibt sich für alle Geometrieparameter ein konstanter Gasvolumenstrom.

#### 4.1.1 Einfluss des Eindüseröhrchendurchmessers auf die Primärblasengröße

Es wurden drei verschiedene Röhrchendurchmesser bei Gleichströmung von Luft und Wasser untersucht. Die Eindüsekfiguration ist in Abb. 3.4 links dargestellt. Abb. 4.1 zeigt die Ergebnisse. Der gemessene Blasendurchmesser ist sowohl als Funktion des Gasvolumenstroms als auch der Weber-Zahl  $We_D$  (nach Gleichung (4.2)) dargestellt. In der Abb. 9.3 im Anhang ist der Einfluss der überlagerten Flüssigkeitsgeschwindigkeit gut zu erkennen.



**Abb. 4.1** Gemessene mittlere Primärblasendurchmesser bei  $j_L = 0.5 \text{ m/s}$  (Gleichströmung)

Bei verschiedenen Röhrchendurchmesser ergeben sich bei gleichem Gasvolumenstrom unterschiedliche Blasendurchmesser. Grund hierfür ist bei kleinen Weberzahlen die Oberflächenspannungskraft, die der Blasenablösung entgegenwirkt, und bei großen Weberzahlen der sekundäre Strahlzerfall, der mit zunehmendem Gasdurchsatz einsetzt. Als Kriterium kann für letzteres die Weberzahl der Eindüsung herangezogen werden.

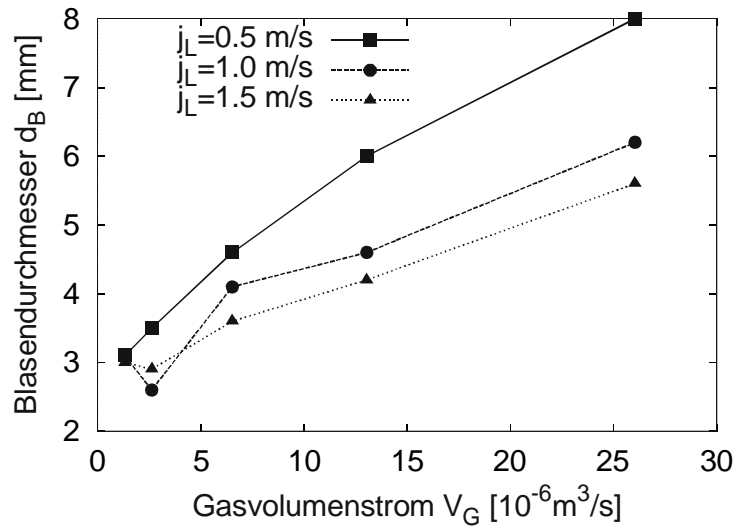
$$We_D = \frac{u_D^2 d_i \rho_G}{\sigma} \quad (4.2)$$

$$\text{mit } u_D = \frac{4\dot{V}_G}{\pi d_i^2}$$

Als Übergang zum Strahlgasen wird eine Weberzahl von zwei angegeben. Bei den Rohrdurchmessern 0.3 und 1 mm ergeben sich maximale Weberzahlen von etwa 36 bzw. 15, so dass der sekundäre Strahlzerfall hier eine deutliche Rolle spielt. Der Strahlzerfall ist z.B. deutlich in den Strömungsbildern einer Mehrdüsenanordnung (Anhang, Abb. 9.2) zu erkennen. Vergleicht man bei gleichem Gasdurchsatz die Strömungsbilder von  $d_i = 0.3 \text{ mm}$  und  $d_i = 1.0 \text{ mm}$ , so sieht man bei ersterem eine deutliche Blasengrößenverteilung, wogegen bei letzterem noch recht gleichmäßige Blasen entstehen.

#### 4.1.2 Einfluss der überlagerten Flüssigkeitgeschwindigkeit auf die Primärblasengröße

Die höhere Flüssigkeitgeschwindigkeit führt zu einer kleineren Blasengröße. Hierfür kann man zwei verschiedene Erklärungsansätze heranziehen: Mit größerer Flüssigkeitgeschwindigkeit steigt der Abstand zwischen den einzeln gebildeten Blasen und die Wechselwirkung zwischen den Blasen wird geringer. Der Bildungsmechanismus wird durch die überlagerte Flüssigkeitgeschwindigkeit vom Strahlgasen-Mechanismus zum Einzelblasenbildungs-Mechanismus verschoben. Dies kann auch gut in den Strömungsaufnahmen gesehen werden.



**Abb. 4.2** Gemessene mittlere Primärblasendurchmesser bei einem Röhrchendurchmesser von  $d_i = 1.0 \text{ mm}$  (Gleichströmung)

Mit steigender Flüssigkeitgeschwindigkeit steigt auch die Widerstandskraft auf die Blase, so dass eine frühere Ablösung im Vergleich zur ruhenden Flüssigkeit stattfindet.

#### 4.1.2.1 Aufstellung eines erweiterten Weber-Kriteriums für den Übergang von der Einzelblasenbildung zum Strahlgasen bei überlagerter Flüssigkeitgeschwindigkeit

Der Übergang von der Einzelblasenbildung zum Strahlgasen wird in ruhenden Flüssigkeiten mit  $We_D > 2$  (s.o.) charakterisiert. Dieses Kriterium berücksichtigt jedoch nicht die Überlagerung einer Flüssigkeitsströmung. Mit steigender überlagerter Flüssigkeitgeschwindigkeit steigt der Abstand zwischen den Blasen und der Gasstrahl bildet sich erst bei höherem Gasvolumenstrom. Die kritische Blasenbildungsfrequenz, also diejenige, bei der sich aufeinanderfolgende Blasen gerade berühren, kann mit

$$f_B = \frac{\bar{u}_{rel} + \bar{u}_L}{d_B} \quad (4.3)$$

bestimmt werden. Die mittlere Blasengeschwindigkeit bei der Ablösung entspricht in etwa der stationären Aufstiegsgeschwindigkeit (beispielsweise bestimmt mit Gleichung (2.29)) plus der lokalen, am Blasenbildungsort vorliegenden, Flüssigkeitgeschwindigkeit. Damit ergibt sich bei bewegter Strömung ein zusätzliches Kriterium für das Strahlgasen:

$$\dot{V}_G > \dot{V}_G(We_D = 2) \frac{\bar{u}_{rel} + \bar{u}_L}{\bar{u}_{rel}} \quad (4.4)$$

Das bedeutet, der Gasvolumenstrom muss größer sein als der Gasvolumenstrom, der sich mit Gleichung (4.2) bei  $We_D = 2$  ergibt, multipliziert mit dem Verhältnis der Blasengeschwindigkeit in bewegter und ruhender Flüssigkeit. Das erweiterte Weberzahlkriterium ergibt sich dann mit:

$$We_D > 2 \frac{(\bar{u}_{rel} + \bar{u}_L)^2}{\bar{u}_{rel}^2} \quad (4.5)$$

#### 4.1.3 Einfluss der Eindüsegeometrie auf die Primärblasengröße

Um den Einfluss der Eindüsekonfiguration zu überprüfen, wird die Luft über eine Bohrung in einer senkrechten Platte eingedüst (siehe Abb. 3.4 rechts). Bei größeren Gasdurchsätzen zeigen sich an der querangeströmten Platte deutlich größere Blasendurchmesser im Vergleich zur Gleichströmung. Der Einfluss der überlagerten Flüssigkeitsgeschwindigkeit wurde oben diskutiert. Die lokale Geschwindigkeit an der Eindüsenstelle ist bei der Queranströmung um etwa 20 % geringer, so dass dort größere Blasen entstehen. Die größeren Blasendurchmesser sind somit vornehmlich auf die größeren Flüssigkeitsgeschwindigkeiten zurückzuführen.

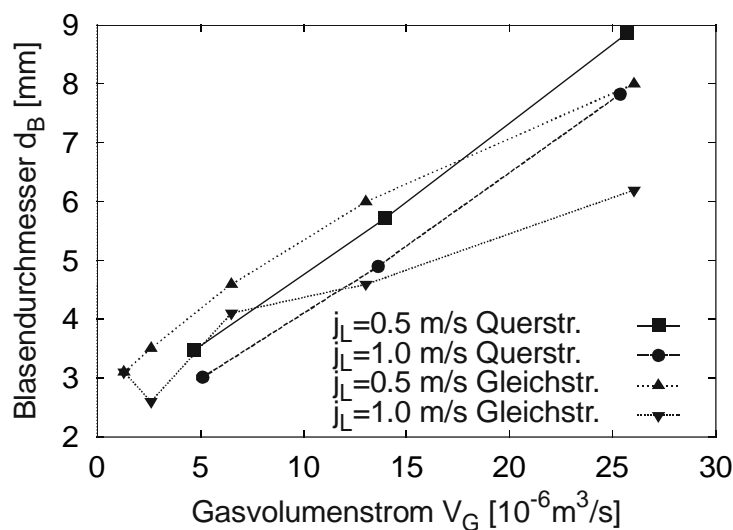


Abb. 4.3 Gemessene mittlere Primärblasendurchmesser bei einem Röhrendurchmesser von  $d_i = 1.0 \text{ mm}$

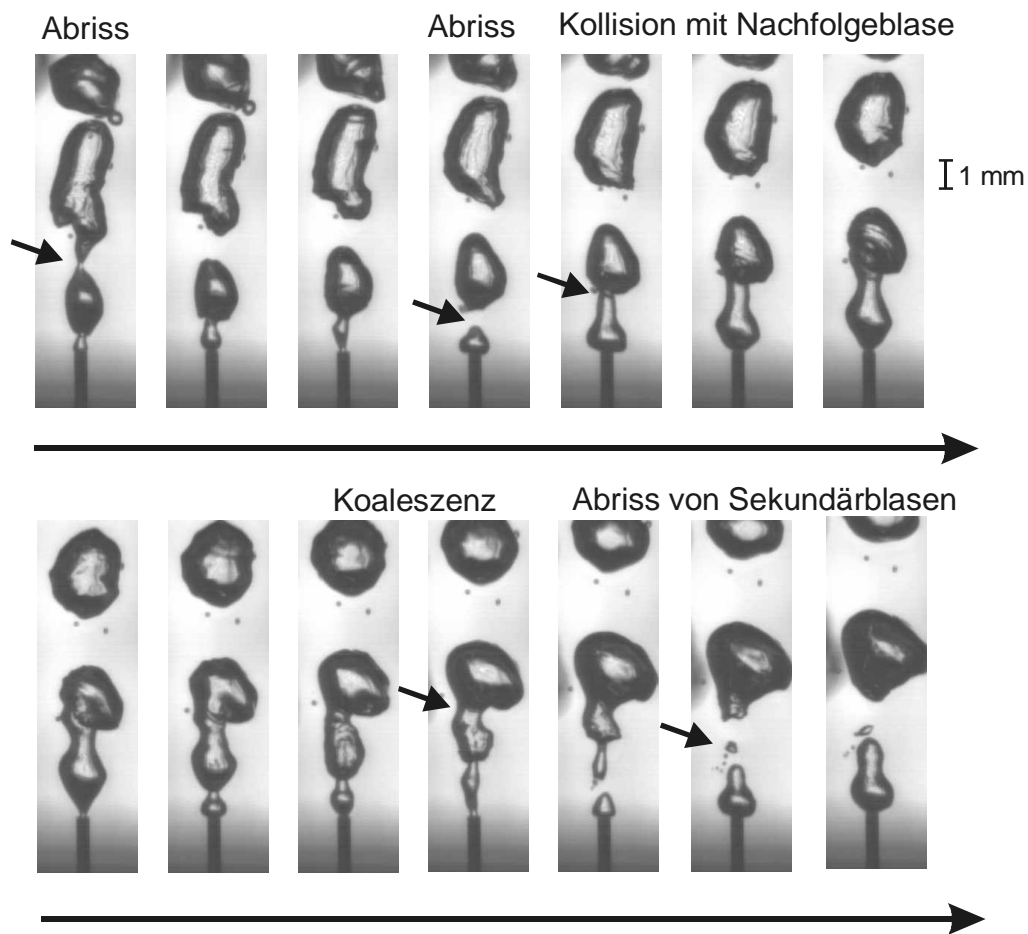
#### 4.1.4 Beobachtungen zum Einfluss von Koaleszenz und Zerfall beim Strahlgasen

In den Hochgeschwindigkeitsaufnahmen der Blasenbildung können Koaleszenz und Zerfall beobachtet werden. Bei der Auswertung dieser Vorgänge mit der Bildverarbeitung kommt hier allerdings erschwerend hinzu, dass die Blasenformen sehr unregelmäßig werden und eine automatisierte Auswertung praktisch nicht mehr möglich ist.

##### 4.1.4.1 Beobachtungen zur Koaleszenz

Koaleszenz tritt nach Schwarzer [103] beim Übergang zum Strahlgasen auf. Die Abstände der hintereinander gebildeten Blasen nehmen ab. Hinter der aufsteigenden ersten Blase bildet sich ein Wirbel aus, der die folgende Blase „ansaugt“, so dass es zur Kollision und zur Koaleszenz kommen kann. Dadurch entstehen zunächst bidisperse, bei höheren Gasgehalten und damit höherer Kollisionsrate dann auch polydisperse Größenverteilungen.

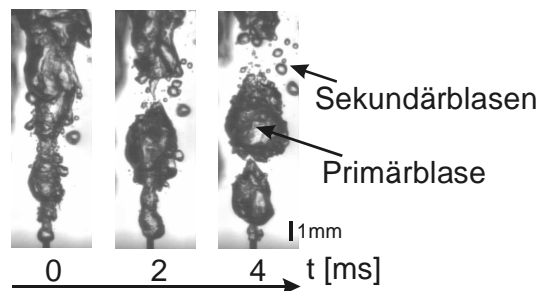
Die folgende Bild-Zeitreihe zeigt einen Koaleszenzvorgang bei einem Gasvolumenstrom von  $4.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ .



**Abb. 4.4** Zeitreihe eines Koaleszenzvorganges an einer Düse  $d_i = 0.3 \text{ mm}$ ;  $j_L = 0.5 \text{ m/s}$ ;  $j_G = 0.005 \text{ m/s}$ ; Aufnahmefrequenz 1848 Bilder/s

#### 4.1.4.2 Zerfall

Beim Zerfall unterscheidet man zwischen primärem und sekundärem Strahlzerfall. Der primäre Strahlzerfall bedeutet das Ablösen der Primärblase von der Düsenöffnung, das bei allen Blasenbildungsmechanismen auftritt. Bei größeren Weberzahlen sieht man in den Videoaufnahmen deutlich, daß der Strahl oder die Primärblasen bevorzugt am Rand in eine Vielzahl unterschiedlich großer Blasen zerfällt. Insbesondere bei der Düse mit 0.3 mm Durchmesser ist dieser Vorgang ausgeprägt.



**Abb. 4.5 Sekundärblasenbildung ( $j_L=0.5$  m/s,  $V_G = 19.8 \cdot 10^{-6}$  m<sup>3</sup>/s,  $d_i = 0.3$  mm)**

Zur Erklärung dieses Phänomens wird die Annahme herangezogen, dass Flüssigkeit aufgrund der hohen Gasaustrittsgeschwindigkeit aus der Düse von dem Gasstrahl mitgerissen wird. Die entstehende hohe Turbulenz ist ausreichend, um zum Zerfall zu führen. Die Berücksichtigung dieser Vorgänge in Modellen für die Blasenbildung ist schwierig. Brauer entwickelt eine empirische Korrelation für die Blasengröße der Sekundärblasen. Eine detaillierte Beschreibung ist nur bei genauer Berechnung des Turbulenzfeldes der Flüssigphase in Düsennähe möglich. Ein möglicher Ansatz ist die CFD-Berechnung des Strömungsfeldes gekoppelt mit Populationsbilanzen, die den Blasenzerfall und auch Koaleszenz berücksichtigen und somit die Sekundärblasengröße berechnen können. Der numerische Aufwand hierfür ist wegen der notwendigen hohen räumlichen Auflösung aber sehr groß. Eine Beispielrechnung hierfür findet sich in Kapitel 6.1.

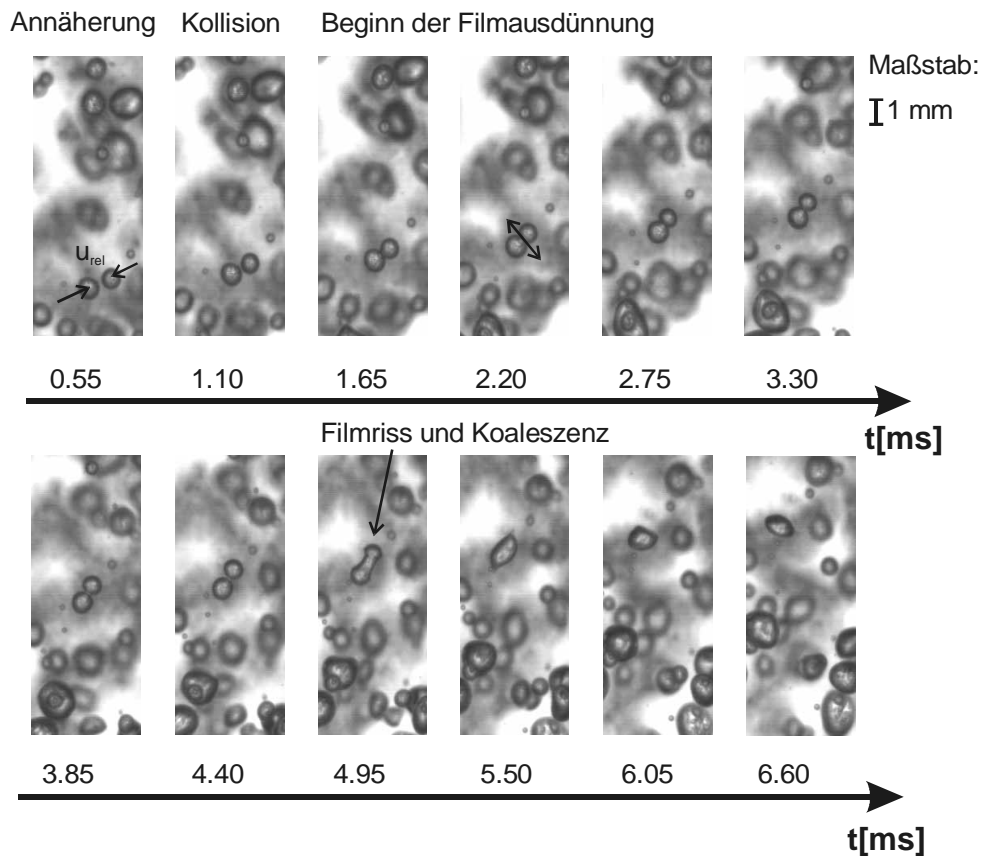
Als weiteren Mechanismus des sekundären Strahlzerfall konnte auch die Fragmentierung eines Gasschlauchs, der sich zwischen zwei Blasen oder zwischen Düse und Blase ausbildet, beobachtet werden. Dieser Mechanismus wurde aber nur im Übergangsbereich zwischen Blasengasen und Strahlgasen beobachtet (Beispiel siehe Abb. 4.4).

## 4.2 Untersuchung der Einzelprozesse Koaleszenz und Zerfall in Blasenströmungen geringen Gasgehalts

### 4.2.1 Koaleszenz

Abb. 4.6 zeigt den typischen Verlauf eines Koaleszenzvorganges von zwei Blasen der Durchmesser-Größenordnung 1 mm. Diese weisen etwa Kugelform auf. Bedingt durch die turbulenten Schwankungen der Flüssigphase kommt es zur Kollision der Blasen. Der Flüssigkeitsfilm zwischen den Blasen dünnt aus. Dieser Vorgang findet hier in einer Zeit von etwa 4-5 ms statt. Durch Aufreißen des Flüssigkeitsfilms zwischen den Blasen kommt es zur Koaleszenz.

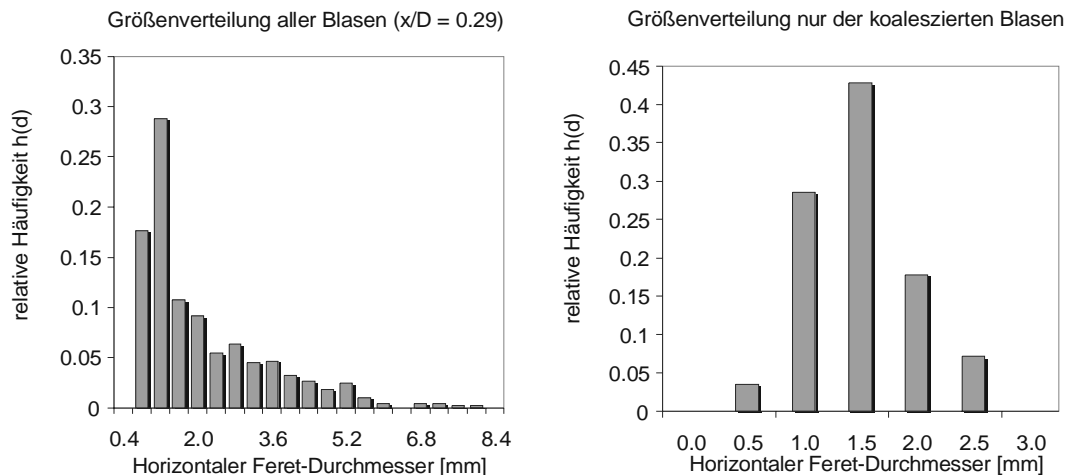




**Abb. 4.6** Typische Zeitreihe eines Koaleszenzvorgangs nahe der der Kamera zugewandten Rohrwand (Aufnahmefrequenz: 1848 Bilder/s,  $j_L=1.0$  m/s  $j_G=0.05$  m/s)

#### 4.2.1.1 Größenverteilung der koaleszierenden Blasen und Koaleszenzzeit

Durch Beobachtung der Videosequenzen der Koaleszenzvorgänge konnten 53 Koaleszenzergebnisse identifiziert werden. Die Hochgeschwindigkeitsaufnahmen wurden in einer Strömung hinter der Mischkammer MK 2 im 90-mm-Rohr mit geringem Gasgehalt aufgenommen ( $j_L = 0.5$  m/s;  $j_G = 0.05$  m/s;  $\varepsilon_G = 6$  %;  $Tu = 10$  %). An der axialen Position  $x = 0.29$  m nach der Eindüsung finden bevorzugt Koaleszenzvorgänge von kleinen Blasen statt. Um Hinweise darauf zu bekommen, welche Blasengrößen koaleszieren, wurde zum einen, mit der in Kapitel 3.4.2 beschriebenen Methode, die gesamte am Messort vorliegende Verteilung der Blasen-Feretdurchmesser und zum anderen, mit dem manuellen Vermessungstool von NI Vision, nur die Verteilung der Durchmesser der koaleszierenden Blasen ermittelt.



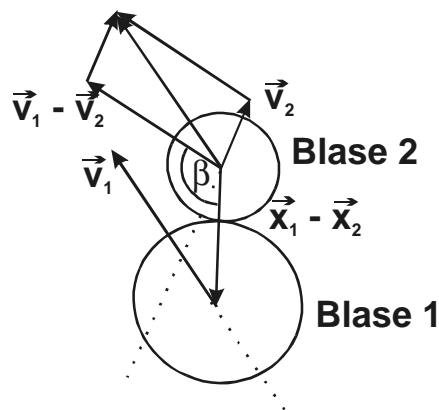
**Abb. 4.7 Vergleich zwischen der gesamten Größenverteilung aller Blasen und Größenverteilung nur der koaleszierenden Blasen (aus Gnotke et al. [37])**

Die gesamte Größenverteilung ist breit, mit maximalen Blasengrößen von etwa 8 mm. Dagegen konnten nur Koaleszenzvorgänge von Blasen mit einem maximalen Durchmesser von 2.5 mm beobachtet werden. Die meisten Koaleszenzvorgänge wurden bei einem Durchmesser von 1.5 mm beobachtet. Dieses bestätigt im Trend die theoretischen Überlegungen von Prince und Blanch [94], wonach die Ausfließzeit des trennenden Flüssigkeitsfilms und damit die Koaleszenzzeit mit steigender Blasengröße ansteigt.

Die Koaleszenzzeit wurde für jeden beobachteten Koaleszenzvorgang ebenfalls bestimmt. Als Koaleszenzzeit wurde die Zeit vom ersten Kontakt (kein deutlich sichtbarer Flüssigkeitsfilm zwischen den Blasen mehr) bis zur Koaleszenz angenommen. Siehe hierzu auch den Koaleszenzvorgang in Abb. 4.6. Dabei ergab sich eine mittlere Koaleszenzzeit von 7 ms bei einer Standardabweichung von 3 ms. Eine Korrelation der gemessenen Koaleszenzzeiten mit den jeweils zugehörigen Blasendurchmessern wurde jedoch nicht festgestellt. Dafür wurden sicherlich zu wenige Koaleszenzvorgänge beobachtet und ausgewertet. Die Koaleszenzzeit ist aber auch von anderen Einflußparametern abhängig, wie der Blasenform im Moment der Kollision und dem Kollisionswinkel (s.u.).

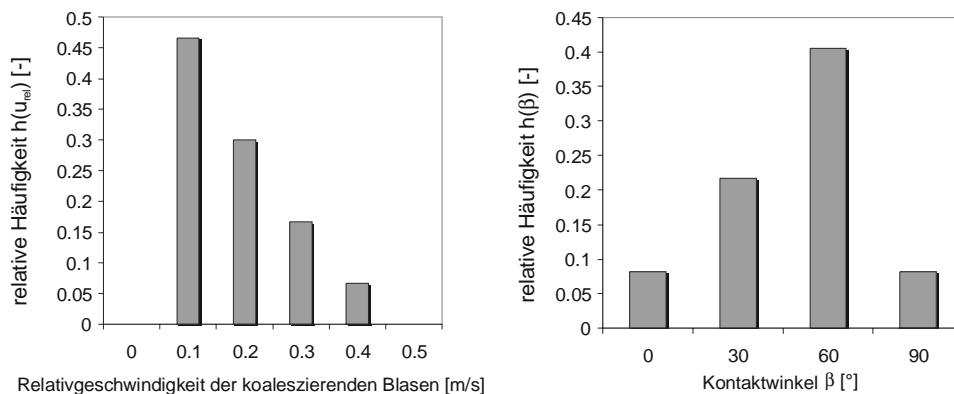
#### 4.2.1.2 Relativgeschwindigkeit und Kollisionswinkel

Die geometrischen Verhältnisse beim Zusammenstoß werden von Hagesæther [42] genau analysiert. Beide Blasen weisen einen eigenen Geschwindigkeitsvektor auf und stoßen mit der Relativgeschwindigkeit  $v_1 - v_2$  mit einem Kollisionswinkel  $\beta$  gegeneinander. Dabei ist im dargestellten Beispiel in Abb. 4.8 die Blase 1 schneller und holt Blase 2 ein, wodurch es zur Kollision kommt. Nach Hagesæther ist die Koaleszenzeffizienz von der Blasenrelativgeschwindigkeit und vom Kollisionswinkel  $\beta$  abhängig.



**Abb. 4.8 Geometrische Verhältnisse bei einer Blasenollision von Blase 1 und Blase 2**

Für alle beobachteten Koaleszenzvorgänge wurde die Relativgeschwindigkeit in den letzten fünf Millisekunden vor der Kollision bestimmt. Es zeigt sich, dass mit steigender Relativgeschwindigkeit immer weniger Koaleszenzvorgänge stattfinden, d.h. die Koaleszenzeffizienz abnimmt. Diese Beobachtung stützt die Formulierung der Koaleszenzeffizienz nach Lehr und Mewes [77], wonach eine kritische Blasenrelativgeschwindigkeit angenommen wird, ab der keine Koaleszenz mehr stattfindet.



**Abb. 4.9 Ergebnisse der Auswertung der Relativgeschwindigkeit (links) und des Kontaktwinkels (rechts) bei Koaleszenz (aus Gnotke et al. [37])**

Bei der Auswertung der Kollisionswinkel zeigt sich, dass die meisten Kollisionen in einem Winkel von 30 bis 60° stattfinden und somit nicht zentral (0-30°) sind. Man kann annehmen, dass die beweglichen Oberflächen der Blasen sich bereits vor einer Kollision verformen können und die Blasen aufeinander entlanggleiten. Diese Deformationen können auch die Koaleszenz- und Kontaktzeiten beeinflussen. Bei nichtzentralen Stößen sinkt die Kontaktzeit und die Koaleszenzeffizienz nimmt ab. Andererseits kann durch eine bewegliche Phasengrenze die Filmausdünnung auch gefördert werden. Eine detailliertere Untersuchung von Stößen deformierbarer Objekte ist notwendig, um hier genauere Erkenntnisse zu gewinnen.

#### 4.2.1.3 Abschätzung einer kritischen Weberzahl für die Koaleszenz

Mit den Informationen über die Koaleszenzvorgänge soll eine erste Abschätzung für eine kritische Weberzahl vorgenommen werden. Dabei werden die aus den Hochgeschwindigkeitsaufnahmen ermittelten mittleren Werte der Koaleszenzvorgänge eingesetzt ( $t_{\text{Koaleszenz}} = 7$  ms;  $\beta = 60^\circ$ ;  $d = 1.5$  mm). Die kritische Geschwindigkeit wird abgeschätzt aus mittlerer Kontaktstrecke und Koaleszenzzeit:

$$u_{\text{krit}} = \frac{\bar{s}_{\text{Kontakt}}}{\bar{t}_{\text{Koaleszenz}}} = \frac{\bar{d} \cos \bar{\beta}}{0.007 \text{ s}} = 0.105 \text{ m/s}$$

Darin ergibt sich die Kontaktstrecke aus geometrischen Überlegungen. Die kritische Weberzahl der Koaleszenz berechnet sich mit obigen Werten gemäß folgender Gleichung.

$$We_{K,\text{krit}} = \frac{u_{\text{krit}}^2 \bar{d} \rho_L}{\sigma} = 0.23 \quad (4.6)$$

#### 4.2.1.4 Koaleszenzeffizienz

Die Koaleszenzeffizienz ergibt sich aus einer Betrachtung der Kontakt- und Koaleszenzzeiten von zwei Blasen, wie in Kapitel 2.4.2 und Kapitel 2.6.1 beschrieben. Daraus kann das Weber-Zahl-Kriterium für die Effizienz formuliert werden. Mit der Weberzahl

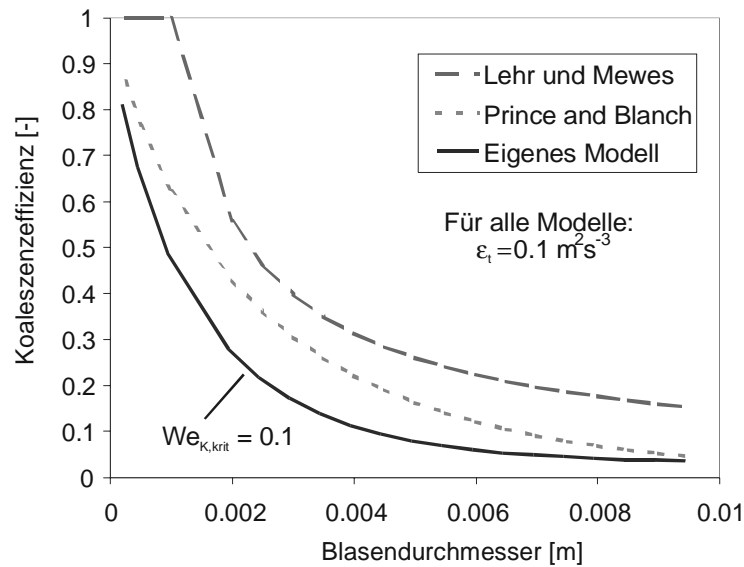
$$We = u_{\text{rel}}^2 \bar{d} \rho_L / \sigma \quad (4.7)$$

ergibt sich:

$$\eta_K = \exp(-t_{\text{Koaleszenz}} / t_{\text{Kontakt}}) = \exp(-u'_{\text{rel}} / u_{\text{krit}}) = \exp[-(We / We_{\text{krit}})^{1/2}] \quad (4.8)$$

Gegenüber der oben anhand von Einzelblasenuntersuchungen ermittelten kritischen Weberzahl sind bislang in der Literatur bekannte experimentell bestimmte Werte deutlich kleiner. Lehr und Mewes [77] geben einen Wert von  $We_{K,\text{krit}} = 0.06$  an. Zur bestmöglichen Anpassung der Koaleszenzraten in eigenen Untersuchungen (Kapitel 5.1.4.1 und Kapitel 5.2) ergibt sich ein Wert in ähnlicher Größenordnung von  $We_{K,\text{krit}} = 0.1$ . Die Diskrepanz zu dem Wert aus Gleichung (4.6) erklärt sich damit, dass die Kollisionsrate, die aus der kinetischen Gastheorie unverändert übernommen wird, um den Faktor 2-3 zu hohe Werte liefert, die dann über die Effizienz, die den einzigen Anpassungsparameter des vorgestellten Modells enthält, ausgeglichen werden muss. Die Koaleszenzeffizienz nimmt Werte gegen eins für Blasen kleiner als 0.5 mm an. Für größere Blasen sinkt die Effizienz exponentiell ab und erreicht Werte gegen 0 bei Blasen größer als 10 mm. Die sich ergebende Koaleszenzeffizienz im Vergleich zu Literaturmodellen ist in Abb. 4.10 dargestellt. Die Abweichungen ergeben sich nicht nur durch unterschiedlich bestimmte Koaleszenzzeiten und kritische Weberzahlen, sondern auch aus der unterschiedlichen Formulierung der Blasenrelativgeschwindigkeit  $u'_{\text{rel}}$ . Alle Vergleichsmodelle aus der Literatur zeigen ähnliche, meist nur wegen eines Anpassungsparameters, gegeneinander verschobene Verläufe für die Koaleszenzeffizienz, da die Grundannahmen aller Modelle praktisch identisch sind. Gleiches gilt auch für die hier nicht

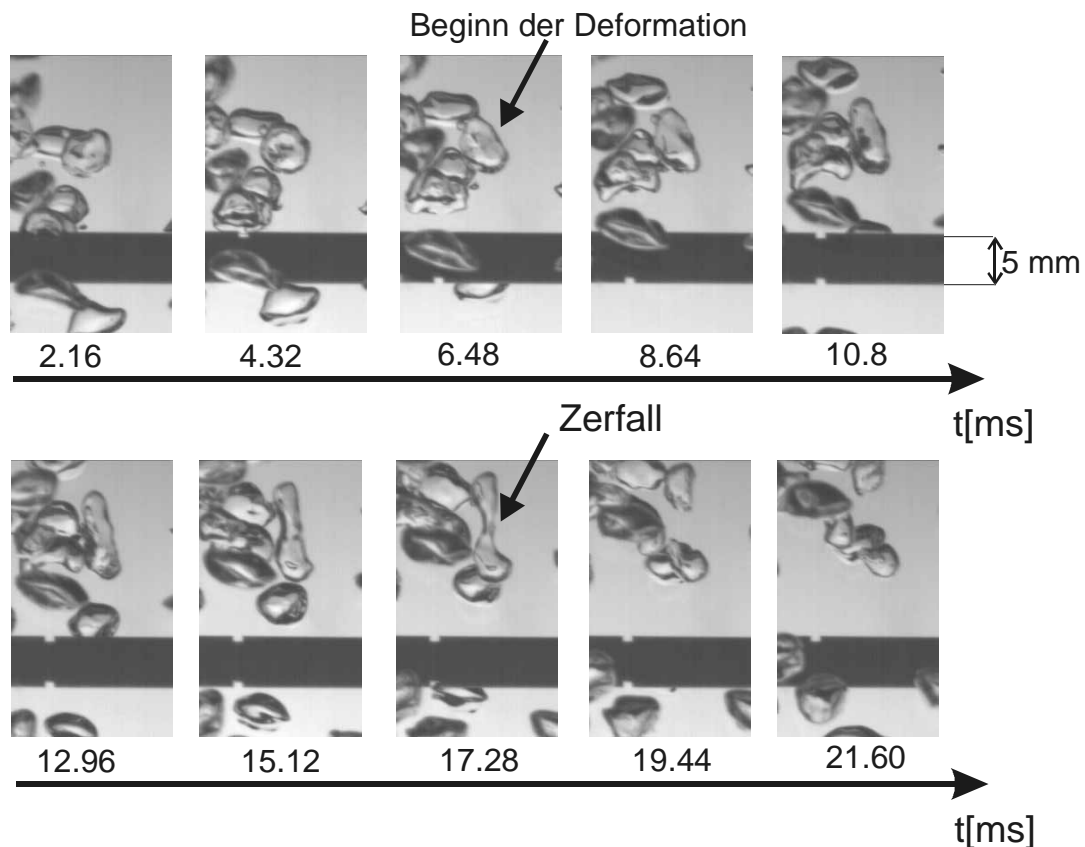
dargestellten Modelle nach Grienberger [39], Colin et al. [24] und Coulaloglu und Tavlari-dis[25].



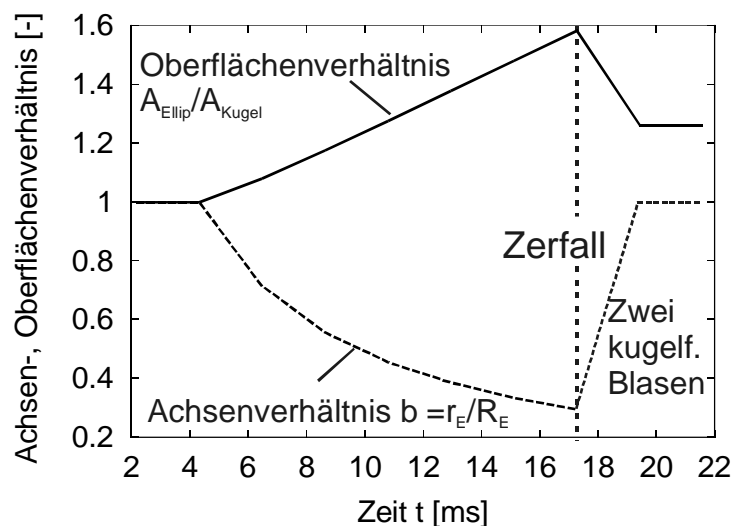
**Abb. 4.10 Berechnete Koaleszenzeffizienz nach verschiedenen Modellansätzen für eine turbulente Dissipationsrate von  $0.1 \text{ m}^2/\text{s}^3$**

#### 4.2.2 Zerfall

Zerfallsvorgänge finden verstärkt in Bereichen hoher Turbulenz statt, also nahe von turbulenz erzeugenden Einbauten. Um Zerfallsvorgänge effizient beobachten zu können, wird hier ein einzelner Rundstab, aus denen auch das Turbulenzgitter zusammengesetzt ist, betrachtet. Dieser wird von einer Strömung mit niedrigem Gasgehalt ( $j_G = 0.0125 \text{ m/s}$ ,  $j_L = 1.0 \text{ m/s}$ ) angeströmt. Die entstehenden Blasen sind etwa in der gleichen Größenordnung wie der Turbulenz erzeuger ( $d = 5 \text{ mm}$ ). Dieses erlaubt eine gute Beobachtung von Zerfallsvorgängen im Nachlaufwirbel mittels der eingesetzten Hochgeschwindigkeitskamera. Eine schematische Abbildung befindet sich im Anhang (Abb. 9.5). Durch die hohe Anströmgeschwindigkeit von etwa  $1 \text{ m/s}$  bildet sich hinter dem Stab periodisch Ablösewirbel aus (Karmansche Wirbelstraße). Die Ablösefrequenz  $f$  kann aus der Strouhalzahl  $St$  bestimmt werden ( $St = f d_{\text{Stab}} / u$ ). Diese hat bei freier Anströmung einer zylindrischen Stange den Wert  $0.2$ . Die gebildeten Wirbel sind dabei von gleicher Größenordnung wie der Turbulenz erzeuger. Ziel ist es, den Zerfallsvorgang zeitlich zu verfolgen und dabei folgende charakteristische Parameter zu ermitteln: Die Deformation der Ausgangsblase vor dem Zerfall und das Verhältnis der entstehenden Tochterblasen. In Abb. 4.11 ist der zeitliche Verlauf eines Zerfallsvorgangs dargestellt. Man sieht deutlich den Verlauf der Deformation einer Blase durch die Nachlaufwirbel bis zum Einschnüren und Zerfall.



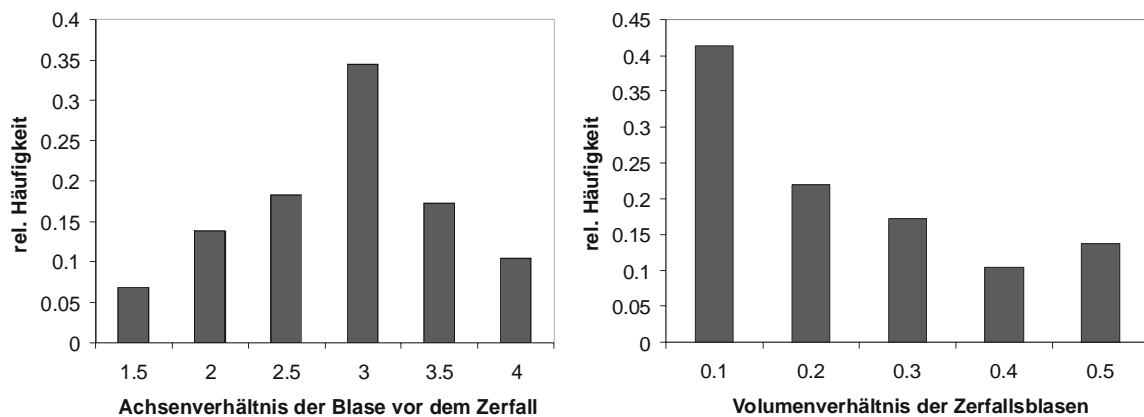
**Abb. 4.11** Zeitlicher Verlauf eines Zerfallsvorgangs hinter einem Rundstab mit starker Deformation der Blase vor dem Zerfall



**Abb. 4.12** Zeitlicher Verlauf des Oberflächenverhältnisses eines volumenkonstanten Rotationsellipsoids und des Achsenverhältnisses für Beispiel aus Abb. 4.11

#### 4.2.2.1 Verformung der Blasen vor dem Zerfall

Im Hinblick auf eine genaue Modellierung der Zerfallseffizienz ist besonders die Blasendeformation vor dem Zerfall interessant. Nach Luo und Svendsen [83] ergibt sich die Zerfallseffizienz aus einer Energiebetrachtung von kinetischer Energie eines Wirbels und der Oberflächenenergie der Blasen vor und nach dem Zerfall. Nimmt man eine kugelförmige Blase an, so erhöht sich die Oberfläche beim Zerfall in zwei volumengleiche Tochterblasen um den Faktor 1.26. Der Überschussenergiebetrag, der vom Wirbel aufzubringen ist, beträgt also  $c_f = 0.26$  mal der Oberflächenenergie der Ausgangsblase. Luo und Svendsen verwenden diesen Wert in ihrer Modellierung der Zerfallseffizienz. Nicht berücksichtigt ist allerdings die Energie, die für die Deformation der Ausgangsblase aufzubringen ist. Abb. 4.12 zeigt die Entwicklung der Deformation. Die untere Kurve zeigt das Radienverhältnis des Ellipsoids von kürzerer zu längerer Halbachse. Beim Zerfall entspricht dies einem Verhältnis von 1 zu 3.5. Nimmt man als Form vereinfachend einen Rotationsellipsoid an, so kann nach Gleichung (2.27) die Oberfläche berechnet werden. Das Oberflächenverhältnis des veränderlichen Rotationsellipsoids zur undeformierten Kugel ist im oberen Graphen dargestellt. Man erkennt, dass die für Deformation aufzuwendende Energie höher ist, als die Oberflächenenergie der Zerfallsblasen nach dem Zerfall. Es ergibt sich in diesem Fall ein maximales Oberflächenverhältnis von 1.58 bei maximaler Deformation. Aus den Videosequenzen konnten insgesamt 57 Zerfallvorgänge identifiziert und ausgewertet werden. Abb. 4.13 zeigt die Verteilung der gemessenen Achsenverhältnisse. Der Mittelwert dieser Verteilung liegt bei 2.6. Dieses bedeutet, daß die Oberfläche einer Blase mit einem Achsenverhältnis von 2.6 um 1.4 mal größer ist als die einer Kugelblase, resultierend in einem  $c_f$  von 0.4. Dieser Wert wird im Weiteren für die Berechnung der Zerfallseffizienz eingesetzt. Dieser Wert wird als unabhängig vom Tochterblasengrößenverhältnis angenommen.



**Abb. 4.13 Größenverhältnisse bei beobachteten Zerfallsvorgängen**

#### 4.2.2.2 Volumenverhältnis der Tochterblasen

Für alle identifizierten Zerfallsvorgänge wurde außerdem das Volumenverhältnis der Tochter bestimmt. Für die Aufstellung der Populationsbilanzgleichungen ist es notwendig anzunehmen, in welche Tochterblasengrößen eine Blase zerfällt. Untersuchungen von Hesketh et al. [47,48] zeigen, dass ein ungleichmäßiger Zerfall stattfindet. Die Häufigkeitsverteilung des Tochterblasenvolumenverhältnisses ist in Abb. 4.13 dargestellt. Das Maximum der relativen Häufigkeit bei einem Volumenverhältnis von 0.1 bestätigt deutlich, dass der Zerfall in stark

unterschiedlich große Tochterblasen wahrscheinlicher ist als in ähnlich große Tochterblasen. Die starke Deformation der Blase vor dem Zerfall begünstigt die Bildung einer kleinen sich abspaltenden Tochterblase, da die Einschnürung der Blase kleiner sein muss. Ein Zusammenhang zwischen dem Achsenverhältnis vor dem Zerfall und dem Tochterblasengrößenverhältnis kann aber nicht quantifiziert werden.

#### 4.2.2.3 Bestimmung der kritischen Weberzahl für den Zerfall

Aus einer Energiebetrachtung kann die Bedingung für den Zerfall formuliert werden. Demnach findet Zerfall statt, wenn die kinetische Energie eines Wirbels die für die Erzeugung der neuen Oberfläche notwendigen Energie übersteigt. Das Gleichsetzen von Oberflächenenergie und kinetischer Wirbelenergie (mit der charakteristischen Wirbelschwankungsgeschwindigkeit  $u_\lambda$ ) liefert:

$$E_\sigma = E_\lambda \Rightarrow c_f \sigma \pi d^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{6} \rho_L \lambda^3 \right) u_\lambda'^2 \Rightarrow We(d / \lambda)^{11/3} = 12c_f \quad (4.9)$$

Die kritische Weberzahl wird definiert als  $We_{Z,krit} = 12c_f$ . Mit dem in Kapitel 4.2.2.1 ermittelten  $c_f$  von 0.4 ergibt sich eine kritische Weberzahl von 4.8.

#### 4.2.2.4 Zerfallseffizienz

Mit Hilfe der so ermittelten kritischen Weberzahl wird die Zerfallseffizienz bestimmt .

$$\eta_Z = \exp \left[ - \frac{We_{Z,krit}}{We} \left( \frac{d}{\lambda} \right)^{11/3} \right] \quad (4.10)$$

Gegenüber dem Ausgangsmodell von Luo und Svendsen ergibt sich durch die Berücksichtigung der Blasendeformation eine niedrigere Zerfallseffizienz. Zu berücksichtigen ist zudem, dass für Blasen, die größer als die maximalen Wirbelelemente sind, die Zerfallseffizienz wieder abnimmt, da für die angenommenen vereinfachten Turbulenzspektren am Rand des Inertial Subrange die Wirbelenergie nicht mehr ansteigt, sondern abnimmt (siehe z.B. Tennekes und Lumley [115]). In Abb. 4.14 wird eine Makrolänge von 0.025 m angenommen, ab der dann die Zerfallsrate abnimmt. Für Berechnungen der Zerfallsrate ist letztgenannte Grenze allerdings selten relevant, da die Anzahldichte der Blasen, die in der Größenordnung der turbulenten Makrolänge liegen, meist sehr klein ist (siehe z.B. Ergebnisse in Kapitel 4.3).



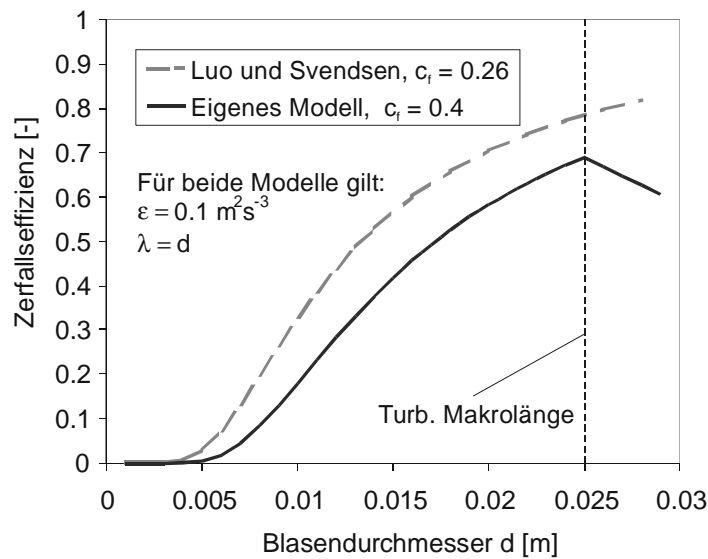


Abb. 4.14 Vergleich verschiedener Modellansätze der Zerfallseffizienz

### 4.3 Messung der räumlichen Entwicklung zeitgemittelter Strömungsparameter in einem 90-mm-Rohr

#### 4.3.1 Strömungsrandbedingungen

Gas-Flüssigkeits-Strömungen mit verschiedenen Leerrohrgeschwindigkeiten und unterschiedlichen Mischkammern werden an vier Messebenen untersucht. Für Details zum Versuchsaufbau siehe Kapitel 3.3.1. Die Randbedingungen sind in folgender Tabelle dargestellt.

Mischkammer	$j_L$ [m/s]	$j_G$ [m/s]
MK 1/ MK2	1.0	0.1
		0.025
	0.5	0.1
		0.025

TABELLE 10 Randbedingungen der untersuchten Strömungen im 90-mm-Rohr

Die Strömungsbilder (siehe Abb. 9.6 im Anhang) zeigen bereits tendenziell, dass sich durch die verschiedenen Eintrittsbedingungen in den Mischkammern unterschiedliche Strömungsformen einstellen. Bei Mischkammer MK2 entstehen mehr Kleinblasen als bei MK1. Mit steigender Gasleerrohrgeschwindigkeit werden die Blasen unregelmäßiger und die Streuung der Blasengrößen nimmt zu. Beim höchsten Strömungsgasgehalt ( $j_G = 0.1$  m/s;  $j_L = 0.5$  m/s) wird bei MK1 der Übergang zur Pfropfenströmung erreicht. Die Blasen sind groß und unregelmäßig geformt und finden sich in Clustern zusammen. Mit steigender Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeit nehmen die Blasengrößen jeweils wieder ab.

#### 4.3.2 Primärblasenbildung

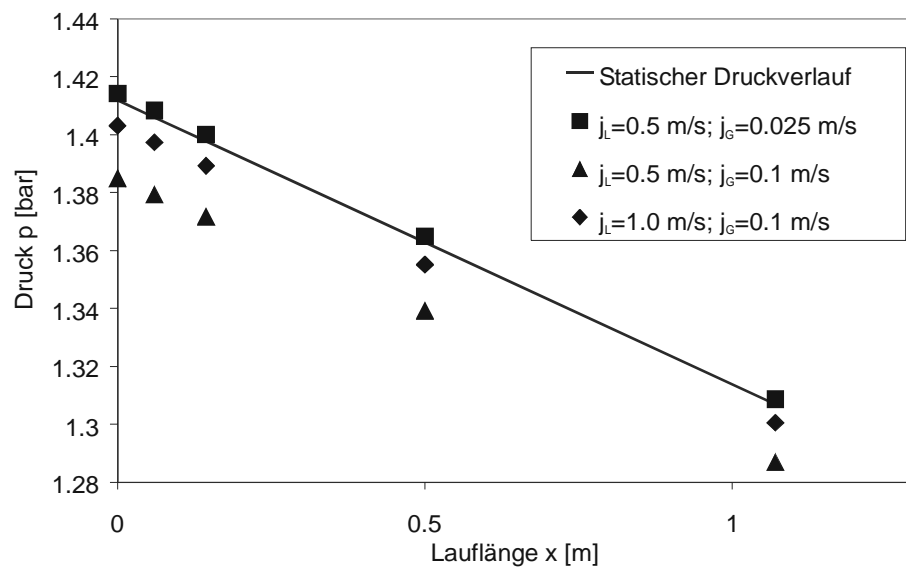
Mit dem in Kapitel 4.1.2.1 aufgestellten Weberzahlkriterium wird zunächst überprüft, welche Blasenbildungsmechanismen vorliegen. Im Bereich des Blasengasens mit homogener Bla-

sengröße befindet sich hiernach eindeutig nur die Strömung hinter MK 1 bei  $j_G = 0.025$  m/s und  $j_L = 1.0$  m/s. Im Übergangsbereich zwischen Blasengasen und Strahlgasen liegt bereits die Strömung  $j_G = 0.025$  m/s und  $j_L = 0.5$  m/s bei MK 1. Nach dem Weberzahlkriterium ergibt sich eine kritische Weberzahl von 14 gegenüber einer vorliegenden Düsen-Weber-Zahl von 9.2. Bei gleichen Durchsätzen ist bei MK 2 bereits der Übergang zum Strahlgasen deutlich erreicht (siehe Abb. 9.2 im Anhang). Bei den restlichen untersuchten Strömungen sowohl bei MK 1 als auch MK 2 ist das Strahlgasen mit deutlichem sekundären Strahlzerfall vorherrschend, wie die aufgenommenen Videosequenzen gezeigt haben.

#### 4.3.3 Axialer Druckverlauf

Die Änderung des Druckes bewirkt eine direkte Änderung der Blasengröße. Zudem ist die Kenntnis des Druckes notwendig zur genauen Bestimmung des Eingangsvolumenstroms, da die eingesetzten Luft-Durchflussmesser den Massenstrom bestimmen, der mit der entsprechenden Dichte in den Volumenstrom umgerechnet werden muss. Die Kenntnis des Volumenstroms ist insbesondere bei der Fehlerbetrachtung (siehe Kapitel 3.6.3) notwendig.

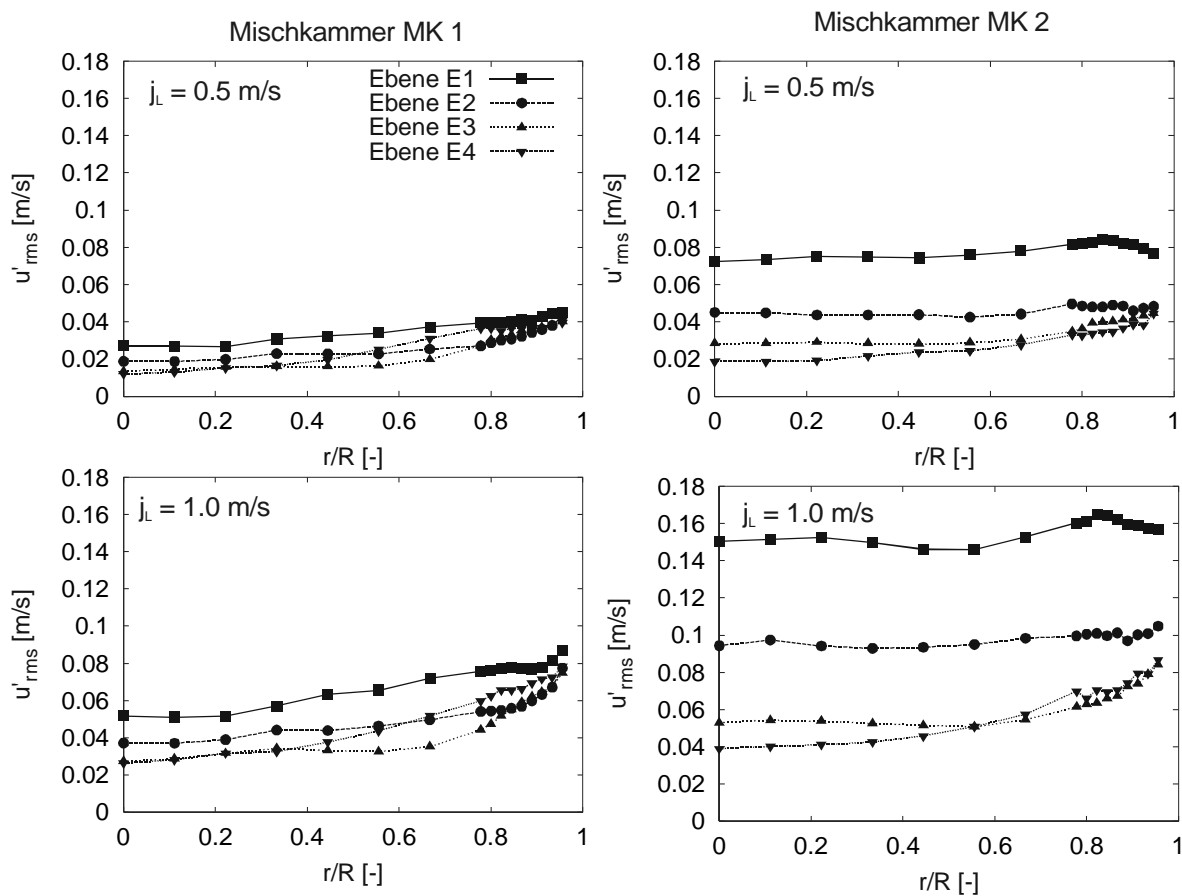
Bei den Druckmessungen wird jeweils der Absolutdruck an verschiedenen axialen Positionen gemessen. Abb. 4.15 zeigt die Ergebnisse für Strömungen mit verschiedenen Gas- und Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeiten im 90-mm-Strömungsrohr hinter MK 1. Als Referenz wurde zunächst der statische Druck im Rohr mit stehender Flüssigkeit gemessen. Die Druckabnahme in axialer Richtung erfolgt dann nur gemäß des geodätischen Drucks, da keine Reibungsdruckverluste auftreten. Mit steigendem Gasgehalt und steigender Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeit treten zwei gegenläufige Effekte auf. Der geodätische Druck sinkt, da die Gemischdichte  $\rho_M = \varepsilon_G \rho_G + (1 - \varepsilon_G) \rho_L$  abnimmt. Gleichzeitig steigt die Druckdifferenz gegenüber dem Umgebungsdruck, da der Druckverlust der Strömung zunimmt. Der zweiphasige Druckverlust setzt sich allgemein aus einem einphasigen Anteil, der die Scherung an der Rohrwand berücksichtigt, und einem zweiphasigen Anteil, der aus der Reibung an der Zwischenphasengrenze resultiert, zusammen. Als erste Abschätzung ergibt sich jedoch, dass der Zweiphasenreibungsdruckverlust gegenüber dem geodätischen im Messbereich des Strömungsrohres zu vernachlässigen ist. Man erkennt dies daran, dass die Druckverläufe annähernd parallel sind. Ein signifikanter Reibungsdruckverlust würde die Druckdifferenz gegen die Umgebung weniger steil abfallen lassen. Die Vergrößerung des Gasgehaltes bzw. des mittleren Blasenvolumens durch die Druckabsenkung liegt nach dem Idealen Gasgesetz bei maximal 7 % von Messebene 1 bis Messebene 4.



**Abb. 4.15** Verlauf des Absolutdruckes entlang des Strömungsrohres ausgehend von der Mischkammer (MK1) im 90-mm-Rohr

#### 4.3.4 Turbulenz der einphasigen Strömung

Die Messungen der Turbulenz in der einphasigen Strömung dienen dazu, die räumliche Entwicklung der Turbulenzgrößen zu ermitteln. Die resultierende Turbulenz entsteht im Wechselspiel von gitter- und scherinduzierter Turbulenz an der Rohrwand. Zudem werden die Messungen als Referenz herangezogen, um später den Einfluß der Gasblasen auf die Turbulenz, also die blaseninduzierte Turbulenz, abzuschätzen. Abb. 4.16 zeigt die axiale Entwicklung der zeitlich gemittelten Schwankungsgeschwindigkeiten für die Mischkammern MK 1 und 2. Aufgetragen sind die gemessenen Werte über dem Rohrradius sowie deren axiale Entwicklung von Messebene 1 bis 4.



**Abb. 4.16 Radialer Verlauf der axialen Schwankungsgeschwindigkeiten**

Bei Mischkammer 1 ist der Einfluss der Gitterstäbe bei geringem Versperrungsgrad auf die Schwankungsgeschwindigkeiten gering. Der Unterschied der radialen Profile der turbulenten Schwankungen an den Messebenen 1 und 4 ist klein. Die durch das Turbulenzgitter aufgeprägte Turbulenz ist bereits an Ebene 1 stark abgeklungen, die radiale Verteilung ist aber direkt nach dem Gitter an Ebene 1 homogener. Betrachtungen zur Isotropie der Turbulenz decken sich mit Beobachtungen von Benk [6], wonach sich das Turbulenzgitter isotropiefördernd erweist und somit die Turbulenz direkt nach dem Gitter isotroper ist als im weiteren Verlauf der Strömung.

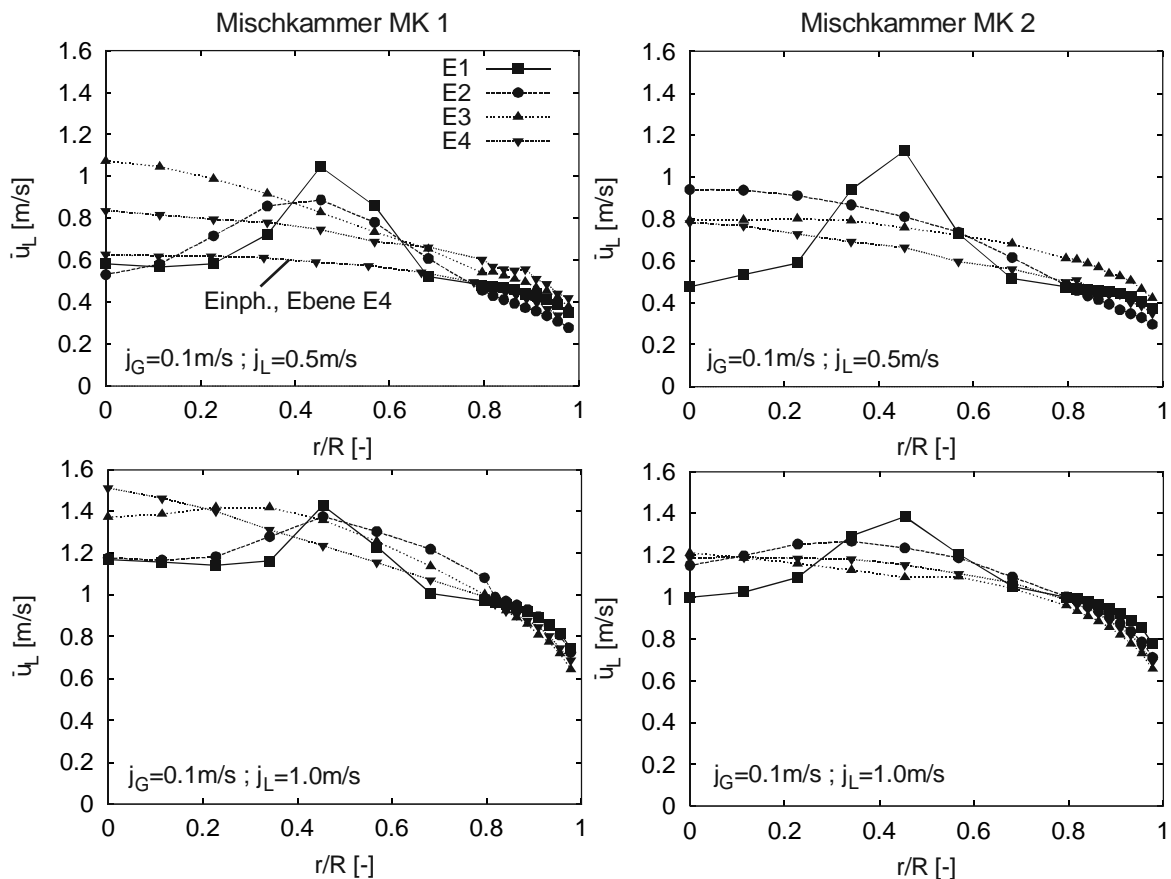
Bei Mischkammer 2 ist die Turbulenz an Ebene 1 aufgrund der höheren Versperrung des Gitters und den dickeren Gitterstäben deutlich größer als an Ebene 4. Wie bei MK 1 ist die Turbulenz homogener und isotroper direkt hinter dem Gitter an Ebene 1. Bei Ebene 4 ist der Gittereinfluss nicht mehr sichtbar. Die scherinduzierte Turbulenzproduktion an der Rohrwand führt im Verlauf der Strömung zu einem Anstieg der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeit in Wandnähe sowie zu einem Anstieg der Anisotropie der Turbulenz.

Eine Erhöhung der Flüssigkeitgeschwindigkeit führt bei beiden Gittern zu einer erhöhten Gitter- wie auch Scherturbulenz. Die Verläufe ähneln sich bei verschiedenen Geschwindigkeiten aber stark. Die Strecke bis zum Abklingen der Gitterturbulenz erhöht sich bei hoher Flüssigkeitgeschwindigkeit. Insgesamt zeigen jedoch allen untersuchten Strömungen bei gleicher Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeit an Ebene 4 ein sehr ähnliches Profil der turbu-

lenten Schwankungsgeschwindigkeiten, da die Gitterturbulenz hier weitgehend abgeklungen ist.

#### 4.3.5 Mittlere Geschwindigkeit der Zweiphasenströmung

Die mittlere Geschwindigkeit der Flüssigphase wird durch die Gasphase deutlich beeinflusst. Dabei spielen zwei Effekte eine Rolle. Zum einen wird Flüssigkeit von den schnelleren Blasen mitgerissen. Dieses ist besonders deutlich im Bereich der Eindüsung, wo der Gasstrahl mit hoher Geschwindigkeit aus der Düsenöffnung austritt. In Modellen zur Beschreibung der Mehrphasenströmung wird dieser Effekt als virtuelle Masse berücksichtigt. Zum anderen bewirkt die Präsenz der dispersen Phase einen Verdrängungseffekt. Betrachtet man das Strömungsrrohr, so wird ein Teil des Querschnitts von den Gasblasen „blockiert“ und die Flüssigkeit fließt zur Einhaltung der Kontinuität entsprechend schneller. Mit gegebener Leerrohrgeschwindigkeit des Wassers erhöht sich die querschnittsgemittelte Wassergeschwindigkeit mit steigendem Gasgehalt (siehe Gasgehaltmessungen in Kapitel 4.3.8) gemäß  $\langle \bar{u}_L \rangle = j_L / (1 - \langle \varepsilon_G \rangle)$ . Zum Vergleich ist in folgender Abbildung oben links die Vergleichsmessung für die einphasige Strömung mit eingezeichnet.



**Abb. 4.17 Mittlere Flüssigkeitsgeschwindigkeit bei  $j_G = 0.1$  m/s**

Deutlich zu erkennen ist der Peak in der mittleren Geschwindigkeit unmittelbar über der Gaseindüsung an Messebene 1. Dieser flacht dann mit der Verteilung der Gasblasen über den Querschnitt ab, wobei dies bei MK 2 schneller stattfindet, da die höhere Gitterturbulenz eine

schnellere Vergleichmäßigung der Gasgehaltsverteilung und damit auch der Flüssigkeitsgeschwindigkeit fördert. Das Geschwindigkeitsprofil an Ebene 4 wird vom Gasgehalt und dessen Verteilung über den Rohrquerschnitt maßgeblich beeinflusst.

#### **4.3.6 Turbulenz der zweiphasigen Strömung**

##### *4.3.6.1 Mittlere turbulente Schwankungsgeschwindigkeiten*

Die zweiphasige Turbulenz ergibt sich im Wechselspiel von drei Effekten: Gitterturbulenz, scherinduzierte, d.h. durch Geschwindigkeitsgradienten induzierte, Turbulenz sowie die blaseninduzierte Turbulenz. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.18 dargestellt. Bei einer Gasleerrohrgeschwindigkeit von  $j_G = 0.1$  m/s ist an Messebene 1 jeweils sehr deutlich der Einfluss der Gaseindüsung in Form eines Peaks im Bereich der Eindüsung zu erkennen. Der Peak wird verursacht durch die Gradienten im Profil der mittleren Flüssigkeitsgeschwindigkeit (siehe Abb. 4.17), der eine hohe scherinduzierte Turbulenzproduktion bewirkt.

Bei MK 1 kommt es im Verlauf der Strömung zu einem deutlichen Anstieg der Gesamtturbulenzniveaus bedingt durch die blaseninduzierte Turbulenzproduktion. Der Einfluss der scherinduzierten Turbulenz an der Rohrwand ist im Gegensatz zur einphasigen Strömung (s.o.) an Ebene 4 nicht mehr zu erkennen. In der Überlagerung beider Turbulenzarten überwiegt deutlich die blaseninduzierte Turbulenz, da sich die Blasen durch konvektiven Transport über den Rohrquerschnitt verteilen. Bei MK 2 ist die Entwicklung der Turbulenz im gitternahen Bereich stärker vom Gitter beeinflusst als bei MK 1, was besonders im Randbereich zu beobachten ist. Vergleicht man an Ebene 4 die Turbulenzniveaus der beiden Mischkammern, so ist der Turbulenzgrad bei MK 1 aufgrund der größeren Blasen und der damit größeren blaseninduzierten Turbulenz um etwa 20-30% höher als bei MK 2. Zum Vergleich wurden auch die turbulenten Schwankungen bei einer Gasleerrohrgeschwindigkeit von  $j_G = 0.025$  m/s aufgenommen. Die blaseninduzierte Turbulenz ist hier aufgrund des geringeren Gasgehalts schwächer und der Einfluss des Turbulenzgitters ist somit anteilig stärker, insbesondere bei MK 2.

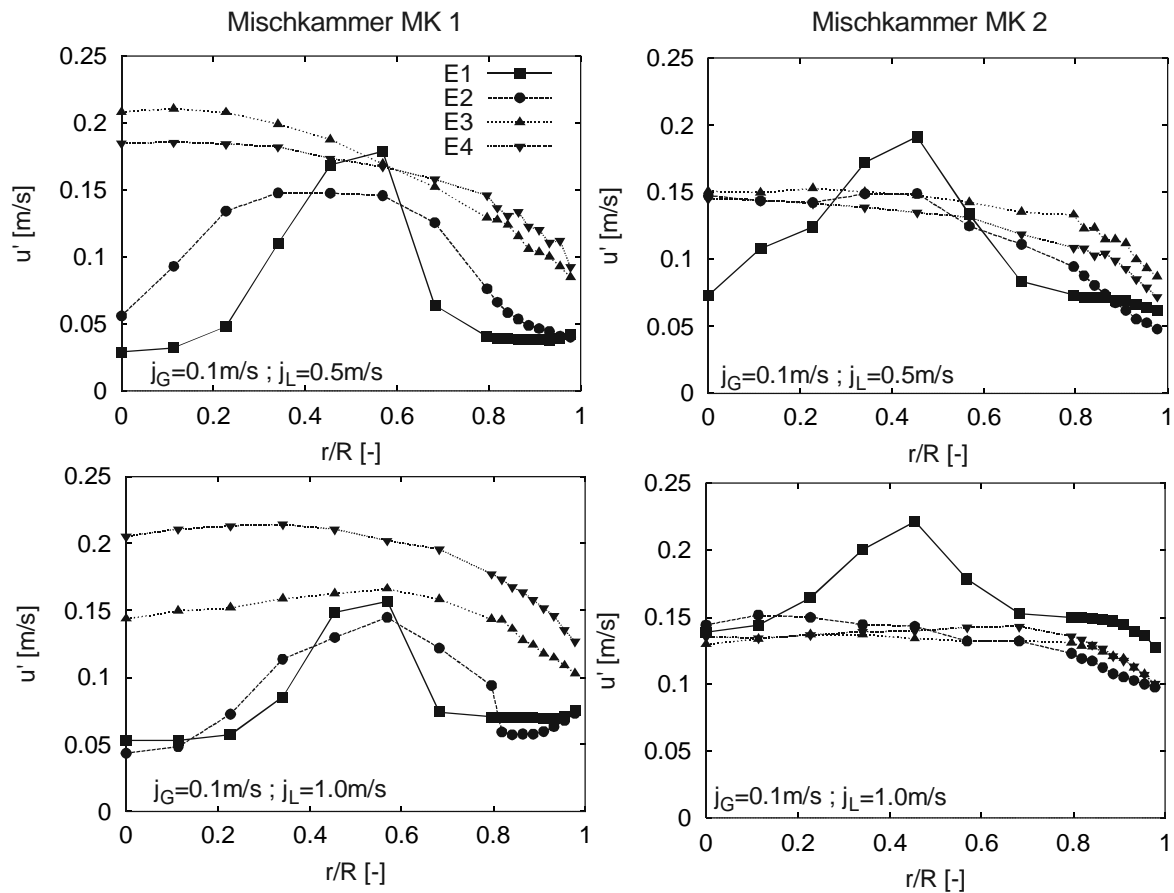


Abb. 4.18 Turbulenzverlauf der flüssigen Phase,  $j_G = 0.1 \text{ m/s}$

#### 4.3.6.2 Turbulenzspektren

Aus den Signalen der X-Heißfilmsonden lassen sich, wie in Kapitel 3.5.4 beschrieben, die eindimensionalen Turbulenzspektren ermitteln.

Spektren bei unterschiedlichen Gasgehalten und Mischkammern sind in Abb. 4.19 dargestellt. Von besonderem Interesse sind hier die Wechselwirkungen zwischen Blasengrößenverteilung und Turbulenzspektren, weshalb die Spektren in der Rohrmitte ( $r/R = 0$ ) betrachtet werden. Hier hat die scherinduzierte Turbulenz an der Rohrwand nur geringen Anteil an der Gesamtturbulenz und die blaseninduzierte Turbulenz dominiert. Außerdem wird Ebene 4 betrachtet, an der die Gitterturbulenz weitgehend abgeklungen ist. Die Form der Energiespektren ergibt sich aus dem Wechselspiel zwischen Turbulenzproduktion, Dissipation und Wirbelzerfall aufgrund von Trägheitskräften. Mit steigendem Gasanteil werden die Spektren zu höheren Energieniveaus verschoben.

Das Energiespektrum der Einphasenströmung liegt deutlich unter den Energiespektren der Zweiphasenströmung. MK 1 zeigt bei den Gas-Flüssigkeits-Strömungen tendenziell höhere Turbulenz insbesondere bedingt durch die unterschiedlichen Gasgehalte in der Rohrmitte (siehe Kapitel 4.3.8). Die Blasen in Strömungen mit MK 2 sind zudem kleiner (siehe Kapitel 4.3.9), was bei gleichem Gasgehalt zu einer geringeren Turbulenzanfachung führt. Letzteres

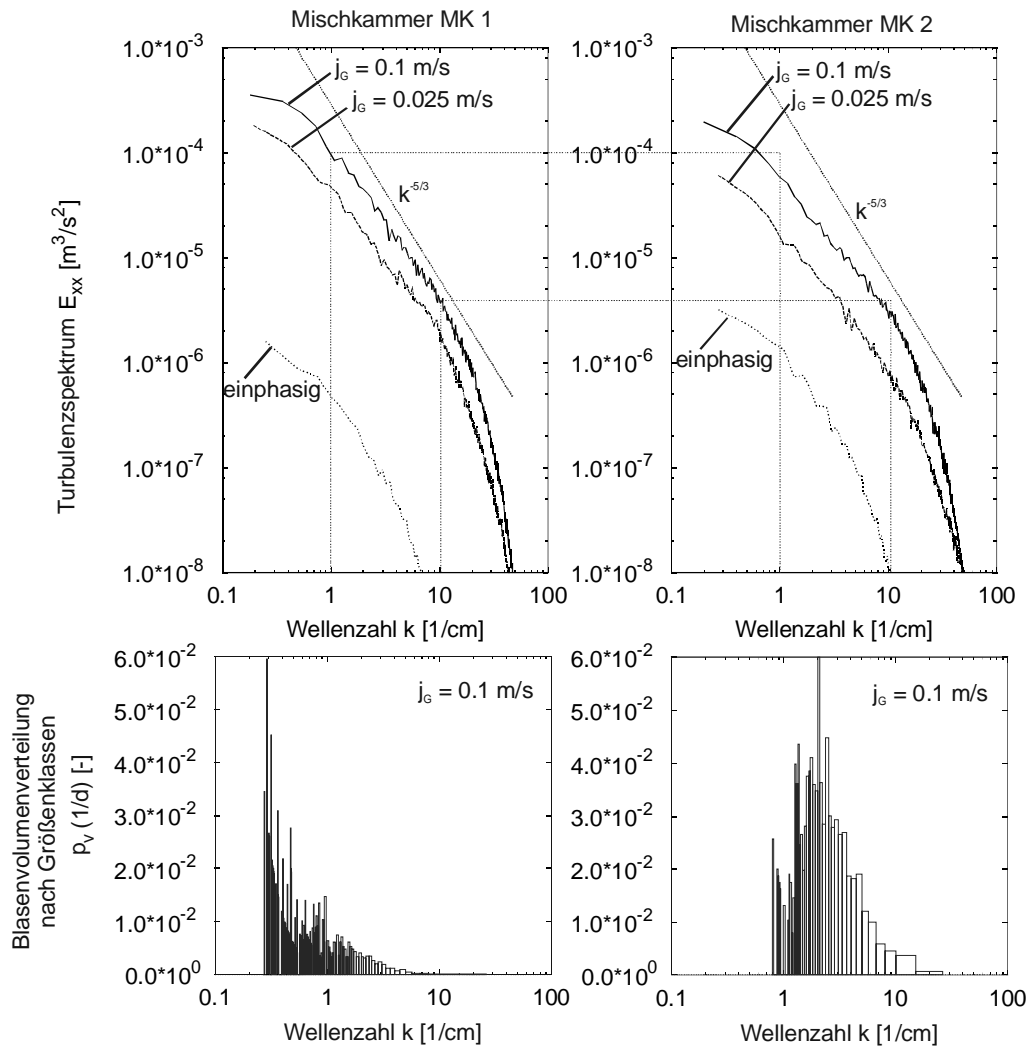
lässt sich damit begründen, dass die von kleineren Blasen erzeugten Wirbel weniger kinetische Energie aufweisen.

Da viele Modelle zur Beschreibung von Koaleszenz und Zerfall vereinfachend die Existenz des Trägheitsunterbereichs annehmen, ist als Vergleich die Steigung des Energiespektrums  $k^{-5/3}$  eingezeichnet. Ein ausgeprägter Trägheitsunterbereich ist bei MK 1 und  $j_G = 0.1$  m/s zu erkennen. Bei geringeren Gasgehalten sowie an MK 2 ist die Proportionalität zu  $k^{-5/3}$  nicht mehr deutlich gegeben. Nach Hinze [51] ist ein ausgeprägter Trägheitsunterbereich auch nur im Bereich hoher turbulenter Reynoldszahlen deutlich größer als 500 zu erwarten. Bei den dargestellten Spektren bei  $j_G = 0.1$  m/s liegen die mit der Taylor'schen Mikrolänge gebildeten turbulenten Reynoldszahlen bei etwa 600 für MK 1 und 450 für MK 2. Zudem sind bei den hier betrachteten Strömungen eine Voraussetzung für einen Trägheitsunterbereich nicht erfüllt: Nach der hierfür angenommenen Modellvorstellung findet die Turbulenzproduktion nur im Bereich der Makrolängen statt. Die Turbulenzproduktion durch die Blasen erfolgt jedoch in einem breiten Wellenzahlbereich, da die von Blasen produzierten Wirbel etwa die Größe des Blasendurchmessers aufweisen ( $k = d^{-1}$ ).

Zur detaillierten Diskussion der blaseninduzierten Turbulenz sind für  $j_G = 0.1$  m/s die Volumenverteilungen, welche näherungsweise aus den Sehnenlängenverteilungen bestimmt werden können, dargestellt. Die Volumenverteilung wird gewählt, da angenommen wird, dass die blaseninduzierte Turbulenz proportional dem Gasvolumen ist. Bei MK 1 beinhalten große Blasen (korrespondierend einer kleinen Wellenzahl  $k$ ) einen großen Gasanteil. Die Turbulenzanfischung dieser Großblasen ist entsprechend hoch. Die größeren Blasen markieren auch den Beginn des Trägheitsunterbereichs. Da die volumenbezogene Phasengrenzfläche der Großblasen bei konstantem Gasgehalt niedriger ist, spielen turbulenzdämpfende Effekte nur eine geringe Rolle bei MK 1. Bei MK 2 ist die Blasenvolumenverteilung weniger schief als bei MK 1 und zu kleineren Blasen (höheren Wellenzahlen) verschoben. Dieses bedeutet auch eine größere volumenbezogene Phasengrenzfläche und damit auch stärkere Turbulenzdämpfung (siehe Kapitel 4.3.7.1).

Messungen der Turbulenzspektren in Blasenströmungen von Lance und Bataille [70] und theoretische Betrachtungen von Kataoka et al. [58] zeigen eine Proportionalität des Energiespektrums  $E_{xx}$  zu  $k^{-8/3}$ . Diese Abhängigkeit ergibt sich aus der zusätzlichen Dissipation der Wirbel bei Wechselwirkungen mit Blasen. Nicht berücksichtigt ist allerdings die blaseninduzierte Turbulenz, da bspw. bei den Messungen von Lance nur geringe Gasgehalte vorliegen. Da direkt hinter einem Turbulenzgitter gemessen wird, dominiert die gitterinduzierte Turbulenz das Gesamtturbulenzniveau und die Blasen haben vorwiegend dissipativen Charakter, im Gegensatz zu den hier vorliegenden gemessenen Spektren, die im Bereich starker blaseninduzierter Turbulenz aufgenommen wurden und somit keine Proportionalität zu  $k^{-8/3}$  zeigen.

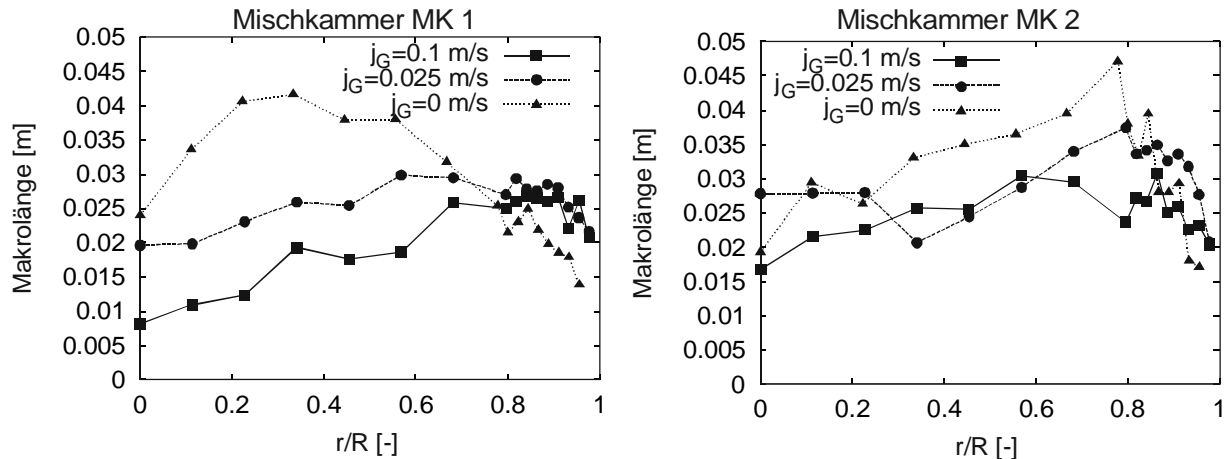




**Abb. 4.19** Turbulenzspektren für MK 1 (links) und 2 (rechts) bei  $j_L = 0.5$  m/s an radialer Position  $r/R=0$ , Ebene 4; darunter korrespond. Volumenverteilung der Blasen dargestellt über der Wellenzahl  $k$  ( $=1/d$ ) für  $j_G = 0.1$  m/s

#### 4.3.6.3 Makrolängen

Die Makrolänge berechnet sich als charakteristische Größe für die größten Wirbelstrukturen in einer Strömung. Sie stellt näherungsweise den Beginn des Trägheitsunterbereichs dar. Die aus den obigen Spektren bestimmten Makrolängen sind für MK 1: 0.023 m bei einphasiger Strömung und 0.0079 m bei  $j_G = 0.1$  m/s, für MK 2: 0.019 m bei einphasiger Strömung und 0.017 m bei  $j_G = 0.1$  m/s. Man erkennt, dass in der zweiphasigen Strömung die Makrolängen kleiner werden. Unter der Annahme, dass die zur Makrolänge korrespondierende Wellenzahl als Kehrwert  $k = 1/\Lambda_x$  bestimmt werden kann, so wird deutlich, dass die so bestimmten Makrolängen in den obigen Spektren der Zweiphasenströmungen etwa den Beginn des linearen Bereichs markieren. Auch die Makrolängen lassen sich als Überlagerung von scherinduzierter, blaseninduzierter und Gitterturbulenz interpretieren.



**Abb. 4.20** Makrolängen  $\Lambda_x$  in axialer Richtung für MK 1 und 2 bei  $j_L = 0.5$  m/s, Ebene 4

Mit steigendem Gasgehalt geht die Makrolänge insbesondere im Rohrzentrum, wo die Blasenanzahldichte groß ist, tendenziell zurück, bei gleichzeitig steigender turbulenter kinetischer Energie (siehe Kapitel 4.3.6). Nach Kataoka et al. [58] findet ein verstärkter Zerfall von großen Wirbel bei Interaktion mit der Oberfläche von Blasen statt. Somit werden die Wirbel in Bereichen mit größerer volumenbezogener Phasengrenzfläche kleiner werden. Außerdem wird bei deutlich ausgeprägter blaseninduzierter Turbulenz die Zahl der Nachlaufwirbel, die etwa die Durchmesser der Blasen aufweisen, stark ansteigen und somit auch zu einer Verringerung der Makrolängen gegenüber der Einphasenströmung führen.

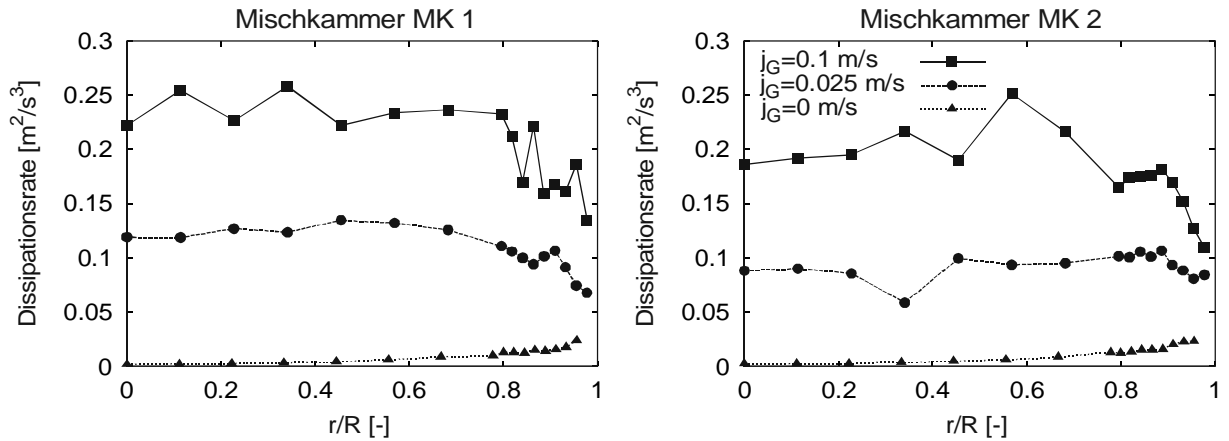
Da bei MK 1 die blaseninduzierte Turbulenz deutlicher ausgeprägt ist, sind hier auch die Makrolängen im Rohrzentrum kleiner, zur Rohrwand hin steigen sie an.

Die starken Schwankungen in den Verläufen der Makrolängen sind nach Benk auf die Auswertemethode zurückzuführen, wenn die Autokorrelationsfunktion mehrfach zwischen positiven und negativen Werten wechselt. Im Randbereich kommt es zunehmend zu Störungen durch die Wechselwirkung der Sonden mit der Strömung. Die Makrolängen der Einphasenströmung werden auch an Ebene 4 noch von der Gitterturbulenz beeinflusst. Die turbulente Grenzschicht konnte sich noch nicht vollständig ausbilden, so dass hier die Verläufe in Wandnähe nicht mit denen einer vollständig ausgebildeten Rohrströmung übereinstimmen. Allerdings zeigte sich auch in Messungen von Benk in der Nähe der Rohrwand wieder eine Abnahme der Makrolängen. Offenbar befinden sich in der Einphasenströmung die größten Wirbel in einen ungefähren Bereich  $0.2 < r/R < 0.8$ . Möglicherweise zerfallen große Wirbel wegen der hohen Dissipationsrate durch Scherung in Wandnähe schneller und die Makrolängen sinken somit in Wandnähe wieder.

#### 4.3.6.4 Turbulente Dissipationsrate

Zur Validierung von vielen theoretischen Ansätzen zur Beschreibung der Turbulenz ist die Kenntnis der Dissipationsrate wichtig. Die Dissipation wird sehr deutlich vom Gasanteil beeinflusst. Mit steigendem Gasgehalt steigt die Dissipationsrate an. Nach Bertodano et al. [11] kann auch die Dissipation als Überlagerung von durch Scherung und Oberflächendeformation induzierten Dissipationsvorgängen gebildet werden. Damit wird berücksichtigt, dass scher- und blaseninduzierte Turbulenz unterschiedliche turbulente Zeitkonstanten besitzen.

Im Randbereich steigt die Dissipation der Einphasenströmung wegen größerer Scherspannungen an, dagegen sinkt die Dissipationsrate der Gas-Flüssigkeits-Strömung wegen des geringeren Gasgehalts zum Rand hin ab. Zwischen den Strömungen mit MK 1 und 2 sind nur geringe Unterschiede in der Dissipationsrate zu sehen. Aufgrund des höheren, durch Blasen induzierten, Turbulenzgrades bei MK 1 ist hier auch die Dissipation um zehn bis zwanzig Prozent größer.



**Abb. 4.21** Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie Makrolängen für MK 1 und 2 bei  $j_L = 0.5$  m/s, Ebene 4

#### 4.3.7 Aufstellung einer Korrelation zur Berechnung der blaseninduzierten Turbulenz

Die Turbulenzuntersuchungen zeigen, dass der Gasgehalt und die Blasengrößenverteilung einen deutlichen Einfluss auf die turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten und die Energiespektren aufweisen. Es wird im folgenden eine einfache Berechnungsgleichung für die turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten entwickelt, welche die wichtigsten Zusammenhänge wiedergibt. Diese kann unter der Voraussetzung ausgebildeter Turbulenz aufgestellt werden, d.h. Produktions- und Dissipationsrate stehen im Gleichgewicht ( $P = \varepsilon_t$ ). Weitere Voraussetzungen sind:

1. Die blaseninduzierte Turbulenz ist sehr viel größer als die an der Rohrwand durch Scherung induzierte Turbulenz.
2. Turbulenztransport ist vernachlässigbar.
3. Die Blasengrößenverteilung kann durch einen geeigneten Mittelwert repräsentiert werden.
4. Nur eindimensionale Relativgeschwindigkeit wird betrachtet.

Nach Lance und Bataille [70] kann mit Gleichung (2.12) die Produktionsrate  $P$  der turbulenten kinetischen Energie bestimmt werden. Unter der Annahme, dass die turbulente Makrolänge etwa dem mittleren Blasendurchmesser entspricht, ergibt sich für die Dissipationsrate:

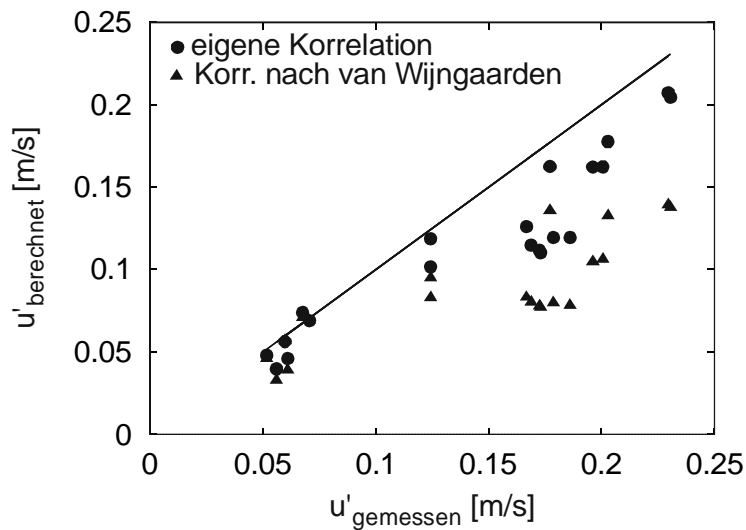
$$\varepsilon_t = \frac{u_{BI}^{\prime 3}}{\Lambda_x} \approx \frac{u_{BI}^{\prime 3}}{d} \quad (4.11)$$

Die Makrolänge der Turbulenz kann in erster Näherung dem mittleren Blasendurchmesser gleichgesetzt werden. Durch Gleichsetzen ergibt sich ein Ausdruck für die blaseninduzierte Turbulenz:

$$\frac{u_{Bl}'^2}{\bar{u}_{rel}^2} = \left( \frac{3}{4} \varepsilon_G C_D \right)^{2/3} = \left( \frac{\varepsilon_G}{Fr} \right)^{2/3} \quad (4.12)$$

Die Relativgeschwindigkeit zwischen Gas- und Flüssigphase kann in erster Näherung aus der Korrelation für die Aufstiegsgeschwindigkeit (siehe Gleichung (2.29)) ermittelt werden. Die Froudezahl ist gemäß Gleichung (2.30) definiert. Die Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes von der Blasengröße ist in Kapitel 2.4.4 diskutiert. Zur Überprüfung der aufgestellten Korrelation werden die gemessenen mittleren Schwankungsgeschwindigkeiten denen aus Gleichung (4.12) gegenübergestellt. Als Messwerte werden wegen der o.g. Voraussetzungen nur Werte aus dem gitterfernen Bereich (Ebene 4) und in der Rohrmitte  $r/R < 10$  herangezogen. Die zur Berechnung benötigten Werte des Gasgehalts und des mittleren volumenäquivalenten Durchmessers werden aus den Messungen mit faseroptischen Sonden ermittelt (siehe Kapitel 4.3.8 und Kapitel 4.3.10). Abb. 4.22 zeigt die Ergebnisse im Vergleich zur Korrelation nach van Wijngaarden (Gleichung (2.11)) mit  $C_{VM} = 2.0$ . Dieser Wert für  $C_{VM}$  wird von van Wijngaarden vorgeschlagen, ist aber noch mit Unsicherheiten verbunden.

Gegenüber der Korrelation nach van Wijngaarden wird mit der neuen Korrelation nach Gleichung (4.12) eine bessere Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Schwankungsgeschwindigkeiten und eine geringere Streuung der Werte erreicht, insbesondere im Bereich hoher Gasgehalte und großer Blasen. Insgesamt ergeben sich noch etwas zu geringe berechnete Werte, da die Eingangsgrößen fehlerbehaftet sind und die Froude-Zahl näherungsweise bestimmt wird. Die neue Korrelation hat den Vorteil, dass kein unbekannter Faktor (wie  $C_{VM}$ , s.o.) angepasst werden muss und dass die Blasengröße über die Froude-Zahl berücksichtigt wird.



**Abb. 4.22 Vergleich der eigenen Korrelation, Gleichung (4.12), und der nach van Wijngaarden, Gleichung (2.11), zur Berechnung der blaseninduzierten Turbulenz**

#### 4.3.7.1 Dissipation durch Phasengrenzen

Bislang existieren keine Ansätze zur Quantifizierung der Dissipation von kinetischer Energie der Wirbel bei Kollision und Verformung mit deformierbaren Phasengrenzen. Zur Abschätzung dieses Effektes soll hier eine Betrachtung auf der Basis der kinetischen Gastheorie vorgenommen werden in Analogie zu den Zerfallsbetrachtungen, bei denen Wirbel mit Blasen kollidieren.

$$\rho_L \varepsilon_{Deform} = \underbrace{\frac{1}{4} a_i u'}_{\substack{\text{Wirbel-Blase} \\ \text{Kollisions} \\ \text{frequenz}}} \underbrace{n_W}_{\substack{\text{Wirbel} \\ \text{anzahl}}} \underbrace{E_{Deform}}_{\substack{\text{Übertragene} \\ \text{Energie pro} \\ \text{Stoß}}} \quad (4.13)$$

Die Kollisionsfrequenz (Einheit:  $1/s$ ) ergibt sich aus volumenbezogener Phasengrenzfläche und mittlerer Schwankungsgeschwindigkeit. Die Wirbelanzahldichte wird nach Luo und Svendsen [83] abgeschätzt mit  $n_W = \lambda^{-3}$ .

Die Energiemenge, die pro Stoß verloren geht, lässt sich aus folgender überschlägiger Überlegung bestimmen. Kollidiert ein Wirbel mit einer Blase, so gibt er maximal die Energie ab, die zum Zerfall der Blase führt. Ist die Blase groß genug, so reicht die Deformation nicht zum Zerfall aus, aber der Wirbel verliert seine gesamte kinetische Energie.

$$E_{Deform} = \min(E_\sigma, E_\lambda) = \min(0.26 \pi d^2, \frac{1}{2} \rho_L \frac{\pi}{6} \lambda^3 u'^2)$$

Unter der Annahme  $\lambda = d$  (Sehr große Wirbel transportieren die Blasen lediglich, sehr kleine Wirbel tragen nur wenig zur turbulenten kinetischen Energie bei) kann Gleichung (4.13) berechnet werden. Für MK 1 (Ebene 4,  $r/R=0$ ,  $j_G = 0.1$  m/s,  $j_L = 0.5$  m/s) ergibt sich ein  $\varepsilon_{Deform} = 0.006$  m<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>. Für MK 2 ergibt sich bei gleichen Einstellungen bei kleineren Blasendurchmessern und größerer volumenbezogener Phasengrenzfläche ein  $\varepsilon_{Deform} = 0.04$  m<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>. Letzterer Wert stellt etwa 20% der gemessenen Dissipationsrate (siehe Abb. 4.21) dar. Es zeigt sich, dass für eine genauere Turbulenzmodellierung in feindispersen Blasenströmungen auch die Dissipation durch Oberflächendeformation berücksichtigt werden sollte. Bei MK 1 beträgt der Anteil dieser Dissipationsrate nur etwa 3% und ist somit vernachlässigbar.

#### 4.3.8 Axiale Entwicklung der Gasgehaltsprofile

In Abb. 4.23 ist die axiale Entwicklung der Gasgehaltsprofile über dem Rohrradius für die Gasleerrohrgeschwindigkeit  $j_G = 0.1$  m/s an vier Messebenen dargestellt. Generell ist bei der axialen Entwicklung der Gasgehaltsprofile zu beobachten, dass im Bereich der Eindüesestelle zunächst ein hoher Gasgehaltspike besteht, der dann im weiteren Verlauf der Strömung abflacht und sich verbreitert, da sich die Gasblasen über den Strömungsquerschnitt verteilen. Die Verbreiterung des Gasgehaltspikes erfolgt bei MK 2 durch die höhere Eintrittsturbulenz generell schneller. Es entsteht zudem eine homogenere Verteilung über dem Querschnitt. Bei MK 2 ist bei den Einstellungen  $j_L = 1.0$  m/s an Ebene 4 ein leichter Randpeak zu beobachten. Bei MK 1 erfolgt die Verteilung der Gasblasen langsamer und an Ebene 4 befindet sich das Maximum des Gasgehalts in der Rohrmitte. Bei  $j_L = 0.5$  m/s und Ebene E4 weisen die Gasgehaltsprofile von MK 1 und 2 qualitativ ähnliche Verläufe auf.

Entsprechend der niedrigen Gasleerrohrgeschwindigkeit liegen die Gasgehaltsprofile bei  $j_G = 0.025$  m/s auf einem niedrigeren Gasgehaltsniveau, zeigen aber ähnliche radiale Verläufe. Die Ergebnisse sind in Abb. 9.8 im Anhang dargestellt.

Die axiale Entwicklung der Gasgehaltsprofile wird von zwei physikalischen Effekten beeinflusst: Zum einen der Lift-Kraft und zum anderen der turbulenten Dispersion (siehe Kapitel 2.1.1), die beide einen Blasen-transport in radialer Richtung, also quer zur Strömungsrichtung, bewirken können. Die hohe durch das Turbulenzgitter erzeugte Eintrittsturbulenz bei MK 2 führt durch die größere turbulente Dispersion zu einer schnelleren Verteilung der Blasen über den Rohrquerschnitt. Bei MK 1 ist die blaseninduzierte Turbulenz im Bereich der Gasstrahlen höher als die Gitterturbulenz (siehe Turbulenzmessungen) und führt hier ebenfalls zur Abflachung und Verbreiterung der Gasgehaltspeaks. Durch die Geschwindigkeitsgradienten der kontinuierlichen Phase tritt gleichzeitig eine Lift-Kraft auf. Die Richtung der wirkenden Kraft hängt von der Größe der Blasen ab (siehe Kapitel 4.3.10). Danach bewegen sich kleinere Blasen, der Grenzdurchmesser liegt nach Tomiyama [117] bei etwa 6 mm, in Richtung der niedrigen Geschwindigkeit, größere Blasen eher in Richtung der größeren Geschwindigkeit. Bei MK 1 wirken bei den dort auftretenden Großblasen die turbulente Dispersion und die Lift-Kraft in entgegengesetzte Richtungen und somit läßt sich die langsamere Vergleichmäßigung der Gasgehaltsprofile bei MK 1 erklären.

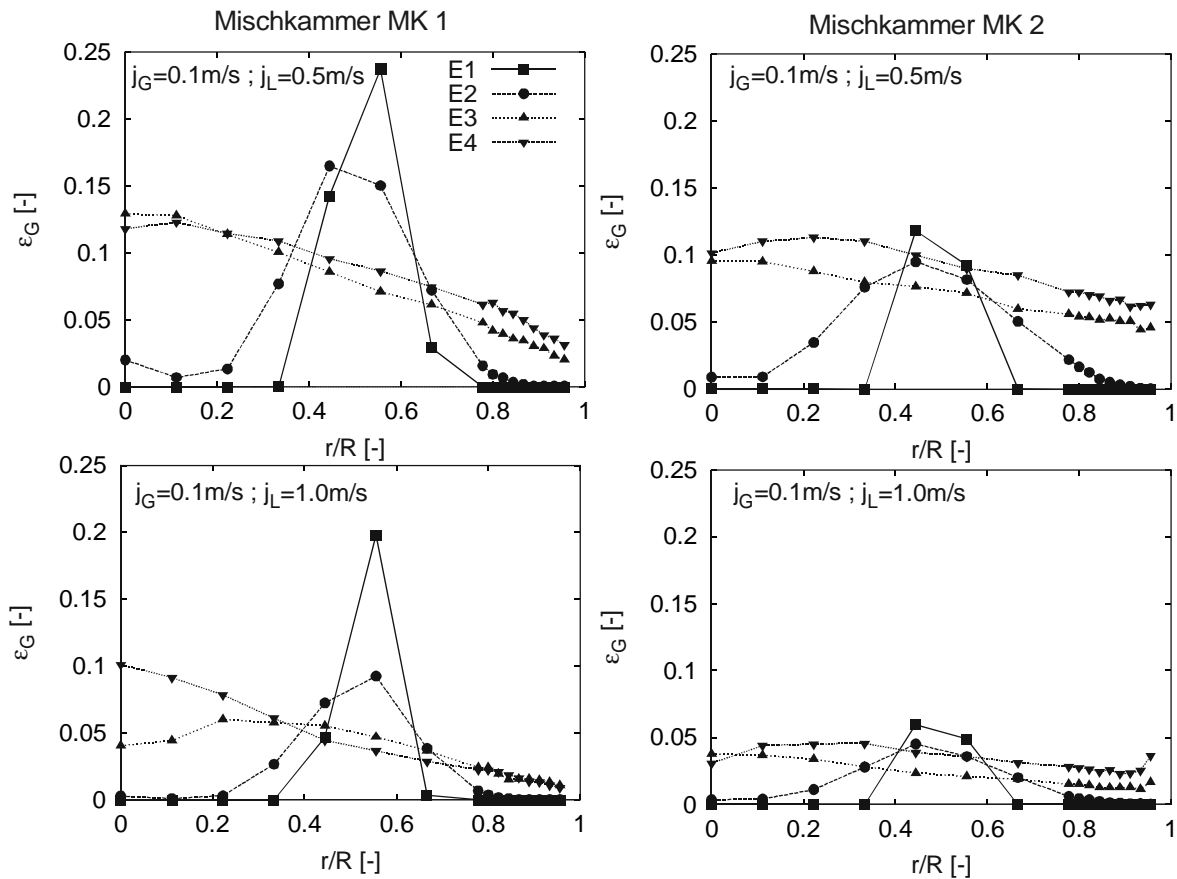


Abb. 4.23 Entwicklung der Gasgehaltsprofile für  $j_G=0.1$  m/s

#### 4.3.9 Entwicklung der Profile der mittleren Sehnenlänge

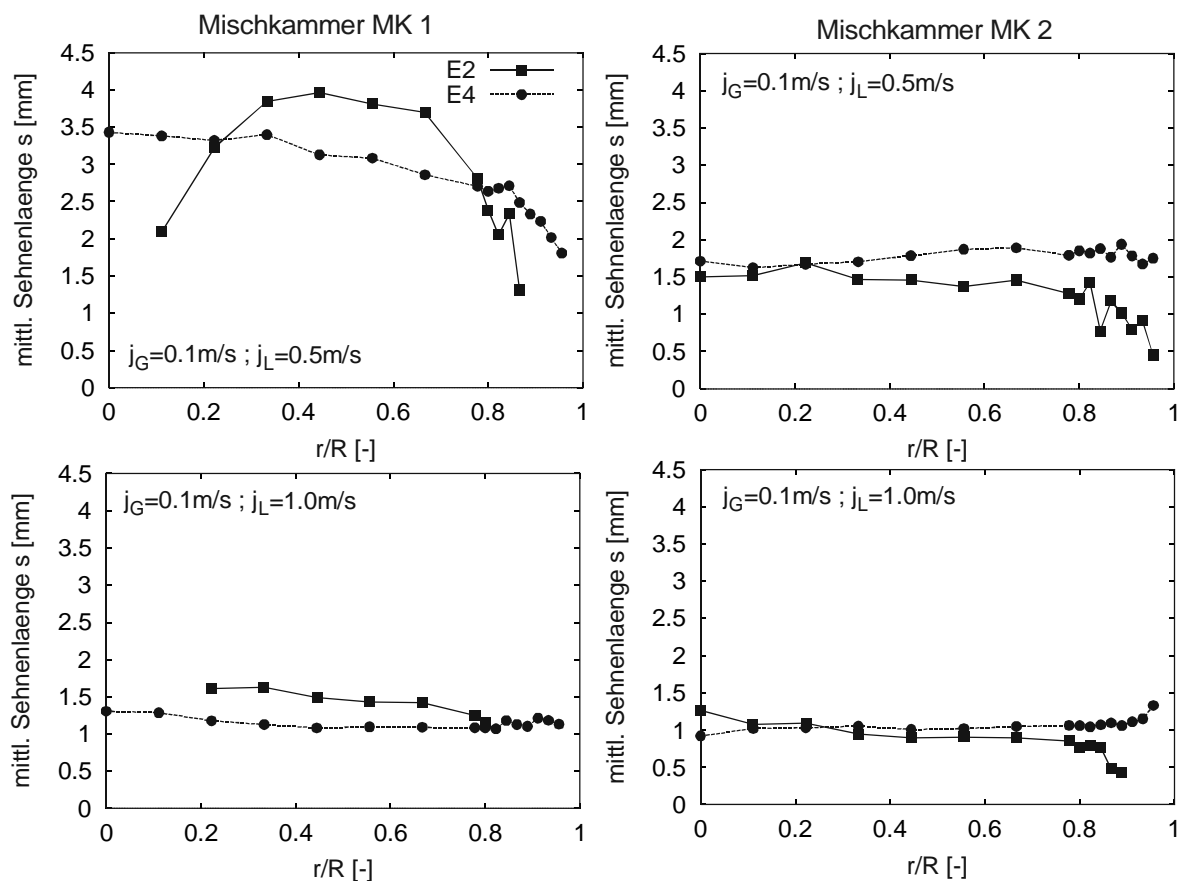
In Abb. 4.24 sind die gemessenen radialen Verläufe der Sehnenlängen an zwei Messebenen für  $j_G = 0.1$  m/s dargestellt. Eingezeichnet sind nur die Messpositionen, an denen der Gasgehalt größer als ein Prozent ist, da sonst der Messfehler bei der Bestimmung der Sehnenlängen

zu groß wird (siehe Fehlerdiskussion in Kapitel 3.6.3.2). Im Vergleich zwischen MK 1 und 2 an Ebene 2 ist zunächst wie beim Gasgehalt die gleichmäßigere räumliche Verteilung der Sehnenlängen bei Gitter 2 zu erkennen. Bei MK 1 ist in der Mitte des Gasstrahls ein Maximum der Sehnenlängen vorhanden. Bei MK 2 sind die Sehnenlängen fast im gesamten Bereich des Strömungsrohrs, an denen der Gasgehalt 1% übersteigt, gleich.

Die Profile, insbesondere bei MK 1, vergleichmäßigen sich mit dem Übergang zu Ebene 4. Für MK 1 ist für  $j_L = 0.5 \text{ m/s}$  noch ein leichtes Profil mit Abnahme der Sehnenlängen zum Rohrrand hin, zu erkennen. Bei  $j_L = 1.0 \text{ m/s}$  sind die Sehnenlängen über den Rohrquerschnitt praktisch konstant.

Bei MK 2 sind die Sehnenlängen an Ebene 4 praktisch gleich über den gesamten Rohrquerschnitt. Bei den Strömungen mit  $j_L = 1.0 \text{ m/s}$  ist ein leichter Randpeak der Sehnenlänge zu erkennen. Von Ebene 2 nach Ebene 4 ist am Rohrrand eine leichte Zunahme der Sehnenlängen zu beobachten.

Bei jeweils gleicher Gasleerrohrgeschwindigkeit werden für MK 1 und 2 die gemessenen Sehnenlängen kleiner mit zunehmender Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeit, wobei dieser Effekt für MK 1 ausgeprägter ist.



**Abb. 4.24** Radiale Verteilung der Sehnenlängen an zwei axialen Positionen E2 und E4,  $j_G=0.1\text{m/s}$

Die Blasengröße und damit die gemessenen Sehnenlängen am Eintritt ins Strömungsrohr werden insbesondere vom Düsendurchmesser, der Gas- und der Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeit deutlich beeinflusst. Die Erhöhung des Düsendurchmesser führt zu einer Vergrößerung der entstehenden Blasen. Die Variation der Gasleerrohrgeschwindigkeit hat in den durchgeführten Messungen nur einen geringen Einfluss, da die Blasengrößen sehr stark vom sekundären Strahlzerfall bestimmt werden. Die Erhöhung der Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeit führt zu einer Verkleinerung der entstehenden Blasen.

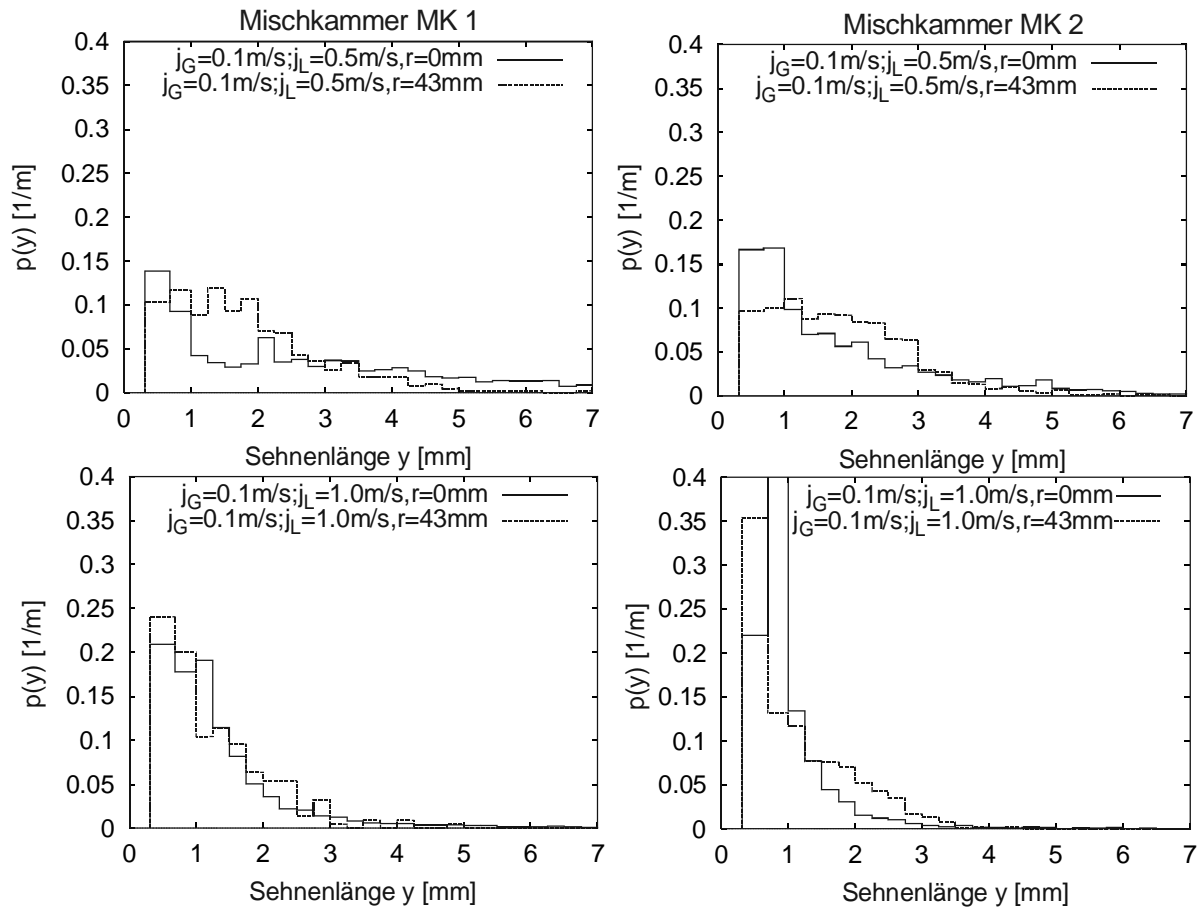
Um den Einfluss des Düsendurchmessers und der Gas- und Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeiten auf die Primärblasenbildung zu untersuchen, wurden diese in Kapitel 4.1 bereits detaillierter betrachtet. Die Entwicklung der radialen Sehnenlängenprofile wird von verschiedenen physikalischen Effekten beeinflusst, die gleichzeitig auftreten: Lift-Kraft, turbulente Dispersion, Koaleszenz und Zerfall. Welche Effekte dominieren, ist a-priori nicht festzustellen. Qualitativ kann folgendes beobachtet werden. Die radialen Umverteilungsmechanismen (Lift-Kraft und Dispersion) führen bei allen Strömungen zu einer Vergleichmäßigung der Blasengrößen. Da kleine Blasen in Verbindung mit hoher Turbulenz offenbar schneller radial transportiert werden, ist diese Umverteilung bei MK 2 etwas schneller und es tritt dort bei den Strömungen  $j_L = 1.0$  m/s auch ein leichter Randpeak auf. Der treibende Geschwindigkeitsgradient der Lift-Kraft ist hierfür mitbestimmend. Bei MK 2 ist in Randnähe im Verlauf von Ebene 2 nach Ebene 4 jeweils ein Anstieg der Sehnenlängen zu beobachten, was in dieser Region auf Koaleszenzvorgänge zurückzuführen sein könnte. Jedoch ist die Änderung nur gering, so dass aufgrund der Messungenauigkeit keine Quantifizierung dieses Effekts möglich ist. Die Abnahme der Sehnenlängen im Bereich des Gasstrahls bei MK 1 kann sowohl auf Umverteilungsprozesse als auch auf Blasenzerfall zurückzuführen sein.

Bei niedrigerer Gasleerrohrgeschwindigkeiten ( $j_G = 0.025$  m/s, siehe Abb. 9.9 im Anhang) stimmen die Sehnenlängen an E2 und E4 im Rahmen der Messungenauigkeit fast überein, was darauf hindeutet, dass die an der Düse gebildete Blasengrößenverteilung durch Koaleszenz und Zerfall kaum noch modifiziert wird.

#### 4.3.9.1 Sehnenlängenverteilung

Zur genaueren Analyse der Blasengrößen werden in Abb. 4.25 die Sehnenlängenverteilungen in der Rohrmitte und in Rohrwandnähe bei hoher Gasleerrohrgeschwindigkeit ( $j_G = 0.1$  m/s) an Ebene 4 gegenübergestellt. Wie schon aus den mittleren Sehnenlängen geschlossen, sind die Blasen hinter MK 1 im Mittel größer und die Sehnenlängenverteilung ist breiter als bei MK 2. Vergleicht man Rohrmitte und Rohrwand, so sieht man bei MK 1, dass größere Blasen in der Rohrmitte überwiegen, insbesondere bei  $j_L = 0.5$  m/s ist hier die Verteilung deutlich breiter. Liftkräfte, die bei großen Blasen zur Rohrmitte hin wirken, können dafür verantwortlich sein. Bei MK 2 ist Situation umgekehrt. Die Verteilung ist in Wandnähe zu größeren Sehnenlängen hin verschoben. Da kleine Blasen überwiegen, wirken die Liftkräfte hierfür zur Rohrwand hin und es ist zu vermuten, dass zusätzlich in Wandnähe die Blasengröße durch Koaleszenz zunimmt.





**Abb. 4.25** Sehnenlängenverteilungen in Rohrmitte und Rohrwandnähe,  $j_G=0.1\text{ m/s}$ , Ebene 4

Bei der Umrechnung (siehe Kapitel 3.6.2) der Sehnenlängenverteilungen  $p(y)$  in Durchmesserverteilungen  $p(d)$  werden zur Minimierung des Rechenaufwandes analytischen Verteilungsfunktionen eingesetzt. Um zu prüfen, ob die Annahme gerechtfertigt ist, führte Seitz [104] umfangreiche Messungen von Blasengrößenverteilungen sowohl mit Bildverarbeitungsmethoden als auch mit faseroptischen Sonden durch. Bei den untersuchten Gasgehalten bis etwa 10% traten keine bimodalen Verteilungen auf und die Anpassung der gemessenen Verteilungen konnte in allen Fällen mit einer Gamma-Verteilung erfolgen. Einige Beispiele sind in Abb. 9.10 im Anhang dargestellt. Als Kriterium für die Güte der Anpassung wurde ein Chi-Quadrat-Test eingesetzt (siehe z.B. Kanji [56]). Die gemessenen Verteilungen der Blasendurchmesser  $p_{mess,i}$  sollen durch eine theoretische Wahrscheinlichkeitsverteilung bzw. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion wie die Gamma- oder Log-Normal-Verteilung (hier Gamma-Verteilung  $p_{Gamma,i}$ ) beschrieben werden. Nach der Festlegung des Typs der Verteilung ist die Bestimmung ihrer Parameter auf Schätzungen angewiesen. Für die Schätzung der Parameter wird eine Verteilung passenden Typs an die experimentell ermittelten Verteilungen z.B. der Blasen-Durchmesser angepasst. Diese Hypothese wird mit dem  $\chi^2$ -Anpassungstest unter Verwendung der Testgröße  $T$  überprüft: Wird diese mittlere quadratische Abweichung größer als das Quantil  $\chi^2_{n,\gamma}$  wird man die Hypothese verwerfen, sonst annehmen.

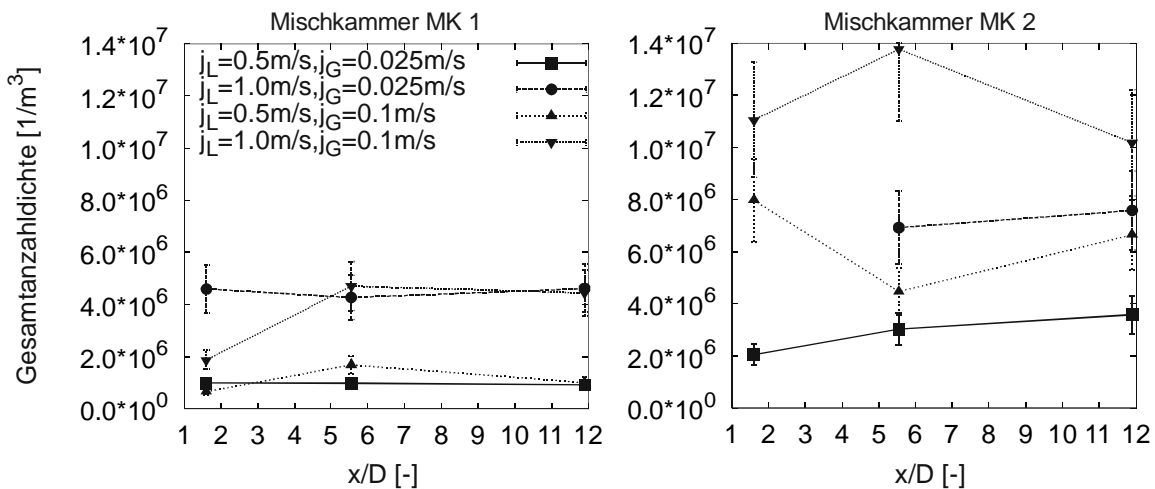
$$T = \sum_i \frac{(p_{mess,i} - p_{Gamma,i})^2}{p_{Gamma,i}} < \chi_{n,\gamma}^2 \quad \text{mit } \gamma = 1 - \alpha; n = k - a - 1 \quad (4.14)$$

$n$  bezeichnet man als Freiheitsgrad,  $k$  ist die Anzahl der Klassen und  $a$  die Anzahl der geschätzten Parameter der theoretischen Verteilung, bei einer Gamma-Verteilung also zwei. Das Quantil  $\chi_{n,\gamma}^2$  wird einer statistischen Tafel [44] entnommen. Für die Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$ , welche die Streuung der Messwerte berücksichtigt, wird in der Literatur häufig der Wert 0.05 verwendet.

#### 4.3.10 Entwicklung der querschnittsgemittelten Anzahldichte

Um den Einfluss der Koaleszenz und des Zerfalls zu quantifizieren, kann die querschnittsgemittelte Anzahldichte betrachtet werden, da durch die Querschnittsmittelung der Einfluss der radialen Umverteilungsmechanismen wie Lift-Kraft und turbulente Dispersion ausgeblendet wird.

Nach der in Kapitel 3.6.2 beschriebenen Methode wird die querschnittsgemittelte Anzahldichteverteilungsfunktion erhalten. Integriert man diese Verteilungen auf, so erhält man die Gesamtanzahldichte. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.26 dargestellt. Bei Zerfall nimmt die Gesamtanzahldichte zu, bei Koaleszenz nimmt sie ab. Bei MK 1 findet in axialer Richtung nur bei höchstem Gasgehalt  $j_G = 0.1$  und  $j_L = 0.5$  m/s ein Anstieg der Gesamtanzahldichte statt. Da dies in Gitternähe geschieht, ist es noch dem sekundären Strahlzerfall zuzuordnen. Bei den anderen Strömungen sind Koaleszenz- und Zerfallsraten nahe einem Gleichgewichtszustand. Bei MK 2 zeigt sich ein uneinheitliches Bild. Bei niedrigeren Gasgehalten findet wie bei MK 1 ein leichter Anstieg der Anzahldichte durch Zerfall statt. Bei hohem Gasgehalt und somit großer Anzahldichte ist keine eindeutige Tendenz zu erkennen, da hier durch den hohen Messfehler die Werte stark streuen. Es ist eine  $\pm 20\%$  Toleranz eingezeichnet. (siehe Kapitel 4.3.11). Dabei wird angenommen, dass der Fehler der Anzahldichte in der gleichen Größenordnung wie der Gesamtfehler der faseroptischen Messungen liegt. Tendenziell findet sowohl Zerfall durch sekundären Strahlzerfall in Gitternähe als auch Koaleszenz in Bereichen niedriger Turbulenz statt.



**Abb. 4.26** Axialer Verlauf der querschnittsgemittelten Gesamtanzahldichte über der Rohrlänge

### 4.3.11 Fehlerbetrachtung

Es wird die in Kapitel 3.6.3.2 vorgestellte Methodik zur Bestimmung des Gesamtfehlers der Messungen mit faseroptischen Sonden angewendet. Die folgende Tabelle zeigt die sich ergebenden relativen Fehler beim Vergleich des durch die Sonden ermittelten und den an der Anlage eingestellten Gasmassenstroms.

Leerrohrgeschwindigkeiten	Fehler in % MK1	Fehler in % MK2
$j_L = 1.0 \text{ m/s}, j_G = 0.025 \text{ m/s}$	-27	-34
$j_L = 1.0 \text{ m/s}, j_G = 0.1 \text{ m/s}$	-35	-32
$j_L = 0.5 \text{ m/s}, j_G = 0.025 \text{ m/s}$	-16	-13
$j_L = 0.5 \text{ m/s}, j_G = 0.1 \text{ m/s}$	-27	-28

**TABELLE 11 Fehler im Massenstrom aus faseroptischen Sonden, Ebene 4**

Der Gesamtfehler setzt sich aus dem Fehleranteil der Gasgehaltsmessung mit der Einzelsonde und der Geschwindigkeitsmessung mit der Doppelsonde zusammen. Unter der Annahme, dass die Fehler beider Messsonden in gleicher Größenordnung aufweisen, ergibt sich nach Mittelung aller oben genannter Fehlerwerte und mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung ein durchschnittlicher Fehler jedes Messprinzips von 13.2 %. Sowohl Gasgehalt als auch Geschwindigkeit werden zu niedrig bestimmt. Die Fehler werden mit größerer Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeit und hoher Turbulenz größer, da die Blasen kleiner werden und somit die Ablenkung am Sensor und Falschdetektion somit zunimmt (siehe hierzu auch Kapitel 3.6.3.2). Zusätzliche Fehlerquellen sind die starken Schwankungen der Messwerte in Wandnähe, die durch die Störung der Grenzschicht durch die invasiven Sonden entstehen. Es ist zu erwarten, dass der Gesamtfehler, bei dessen Bestimmung Rotationssymmetrie angenommen wird, mit sinkender Entfernung zum Gitter noch zunimmt, da hier diese Annahme nicht mehr gegeben ist.

## 4.4 Messung der räumlichen Entwicklung der querschnittsgemittelten, zeitgemittelten Strömungsparameter 50-mm-Rohr

Bei den Messungen im 90-mm-Strömungsrohr hat sich gezeigt, dass Koaleszenz- und Zerfallsvorgänge aufgrund der dort vorliegenden Eindüsebedingungen nicht in signifikant starkem Maße auftreten oder die Blasengrößenverteilung nahe einem Gleichgewichtszustand liegt. Der zu messende Effekt, nämlich die Änderung der Anzahldichte durch diese Vorgänge, ist klein insbesondere gegenüber dem Messfehler. Im 50-mm-Rohr werden Strömungen untersucht, in denen durch die Eindüsegeometrie besonders kleine Blasen und somit hohe Anzahldichten durch hohe Eintrittsturbulenz erzeugt werden, wodurch die Koaleszenzrate dann besser quantifiziert werden kann. Diese kann nur aus der axialen Entwicklung der querschnittsgemittelten Strömungsparameter ermittelt werden, d. h. einer eindimensionalen Betrachtung der Strömung. Hierfür wurden die von Benk [6] ermittelten Rohdaten von Gasgehalts und Sehnenlängenprofilen als Basis verwendet. Die Sehnenlängenverteilungen können mit der in Kapitel 3.6.2 dargestellten Methode in eine Durchmesserverteilung und Anzahldichteverteilung umgerechnet werden. Die statistischen Momente können dann nach

Kapitel 2.2.2 daraus bestimmt werden. Alle gemessenen Größen werden querschnittsgemittelt, was jeweils durch eckige Klammern symbolisiert wird. Die folgende Gleichung zeigt die Querschnittsmittelung am Beispiel des Gasgehalts.

$$\langle \varepsilon_G \rangle = \frac{1}{A} \int_A \varepsilon_G dA \quad (4.15)$$

#### 4.4.1 Strömungsrandbedingungen

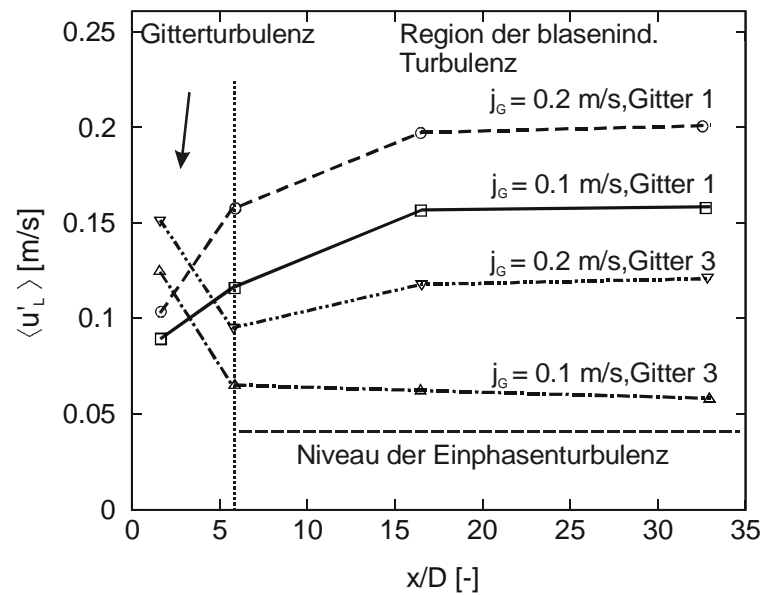
Eine Übersicht der untersuchten Strömungen mit den entsprechenden Randbedingungen findet sich in TABELLE 12. Der experimentelle Aufbau ist in Kapitel 3.3.2 erläutert. Zusätzlich zu den Leerrohrgeschwindigkeiten sind die querschnittsgemittelten Gasgeschwindigkeiten, die Makrolängen und die Dissipationsraten an Ebene 4 dargestellt. Bei allen untersuchten Strömungen ist die Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeit  $j_L = 1.0$  m/s. Es werden zwei verschiedene Turbulenzgitter betrachtet, die für das 50-mm-Strömungsrohr als Gitter 1 und 3 bezeichnet werden.

Gitter	$j_L$ [m/s]	$j_G$ [m/s]	$\langle \bar{u}_G \rangle_{E4}$ [m/s]	$\Lambda_x$ [m]	$\varepsilon_t$ [m <sup>2</sup> s <sup>-3</sup> ]
1	1.0	0.1	1.35	~ 0.015	~ 0.20
1	1.0	0.2	1.46	~ 0.025	~ 0.27
3	1.0	0.1	1.32	~ 0.005	~ 0.05
3	1.0	0.2	1.40	~ 0.008	~ 0.10

**TABELLE 12 Strömungsbedingungen 50-mm-Strömungsrohr**

#### 4.4.2 Flüssigkeitsturbulenz

Als wichtige Einflussgröße auf Koaleszenz und Zerfall wird die Turbulenz der flüssigen Phase betrachtet. Aus den Messungen mit den X-Heißfilmsonden ergeben sich die axialen Verläufe der über den Rohrquerschnitt und zeitlich gemittelten Schwankungsgeschwindigkeiten. Diese sind in Abb. 4.27 dargestellt. Die Turbulenzverläufe können in zwei charakteristische Bereiche unterteilt werden. Den von der Gitterturbulenz beeinflussten Bereich sowie ein Bereich ab etwa  $x/D=5.7$ , d.h. Ebene 2, ab dem die Gitterturbulenz weitgehend abgeklungen ist und die blaseninduzierte Turbulenz dominiert. Letztere wird durch die Größe des Gasgehalts bestimmt. Betrachtet man jedoch zusätzlich zu den gemessenen Gasgehaltsverläufen auch die Blasengröße, so wird auch ein Zusammenhang zwischen Blasengrößen und Turbulenz deutlich. Große Blasen hinter Gitter 1 erzeugen ein höheres Turbulenzniveau als kleinere Blasen bei Gitter 3. Gegenüber der Turbulenz der Einphasenströmung ist die Turbulenz in allen zweiphasigen Strömungen deutlich erhöht. Ab etwa  $x/D=16.5$ , Ebene 3, ist ein fast konstantes Turbulenzniveau erreicht.

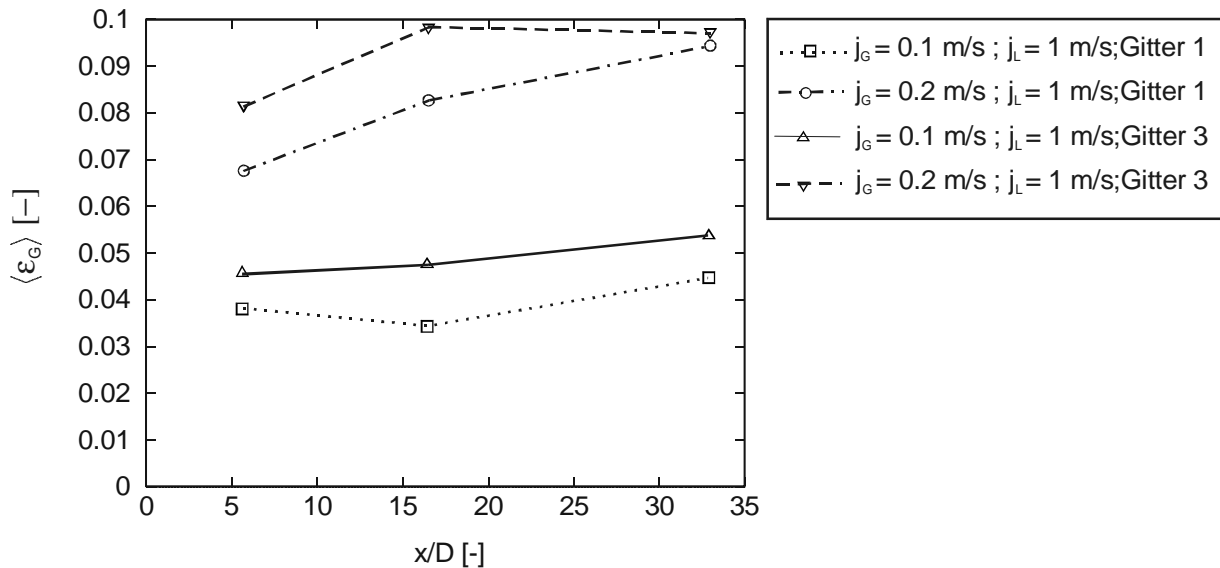


**Abb. 4.27 Axialer Turbulenzverlauf**

#### 4.4.3 Gasgehalt

Die axiale Entwicklung des querschnittsgemittelten Gasgehalts ist in Abb. 4.28 dargestellt. Trotz identischer Gasleerrohrgeschwindigkeiten unterscheiden sich die gemessenen Gasgehalte stromabwärts von Gitter 1 und 3. Hinter Gitter 3 zeigen sich bei allen Messungen kleinere Werte. Offenbar besteht auch ein Zusammenhang zwischen Blasengröße und Gasgehalt. Nach Liu [78] steigt bei Blasen größer 4 mm die Schlupfgeschwindigkeit mit der Blasengröße an. Bei steigender Blasengröße vergrößert sich damit auch der Schlupf  $S = \langle \bar{u}_G \rangle / \langle \bar{u}_L \rangle$  und der Gasgehalt verringert sich gemäß der folgenden Gleichung.

$$\langle \varepsilon_G \rangle = \frac{j_G}{j_G + S j_L} \quad (4.16)$$



**Abb. 4.28** Axialer Verlauf des querschnittsgemittelten Gasgehalts

Auffällig sind die deutlich niedrigeren Gasgehaltswerte bei  $x/D=5.7$  und  $j_G=0.2\text{m/s}$ . Strömungsbilder zeigen, dass hier noch ein ausgeprägter Gasstrahl über den Eindüseöffnungen vorliegt. Dieser dichte Blasenschwarm weist nach Weiss [129] eine höhere Schlupfgeschwindigkeit auf als einzeln aufsteigende Blasen. Nach Gleichung (4.16) führt dies zu niedrigeren Gasgehalten. Bei allen untersuchten Strömungen steigt der Gasgehalt außerdem von Ebene 2 nach Ebene 4 leicht an, was auf den hydrostatischen Druckverlust zurückzuführen ist.

Die radialen Gasgehaltsverteilungen werden im 50-mm-Rohr deutlich stärker von der Eintrittsturbulenz und der aus den Eintrittsbedingungen resultierenden Blasengrößenverteilung beeinflusst als beim 90-mm-Rohr. Es zeigen sich entweder ein deutliches Gasgehaltsmaximum in der Rohrmitte bei Gitter 1 oder ein Randmaximum bei Gitter. Die radiale Gasgehaltsverteilung ist von den Blasengrößen abhängig. Diese Beobachtungen decken sich mit Untersuchungen nach Tomiyama [117] wonach kleine Blasen im Scherfeld einer Rohrströmung zur Rohrwand tendieren und größere Blasen ab etwa 6 mm sich aufgrund ungleichmäßiger Wirbelablösung in die Rohrmitte bewegen. Auch Liu [78] findet ähnliche Abhängigkeiten der Profile von den Eintrittsblasengrößen. Der Effekt der Blasengröße auf die radiale Gasgehaltsverteilung wurde allerdings bei früheren Untersuchungen zu Gasgehaltsprofilen vernachlässigt. Dieser führt dazu, daß verschiedene Autoren beim Vergleich von Gasgehaltsprofilen trotz gleicher Gasleerrohrgeschwindigkeiten Unterschiede feststellen.

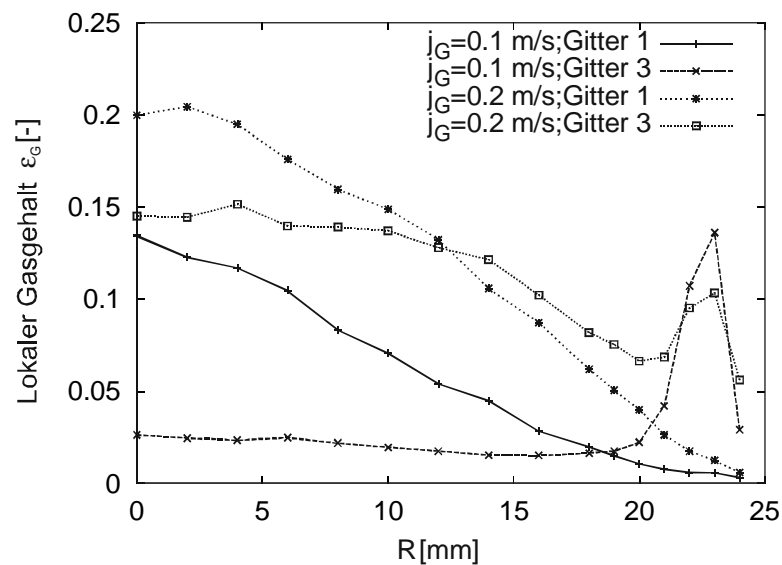


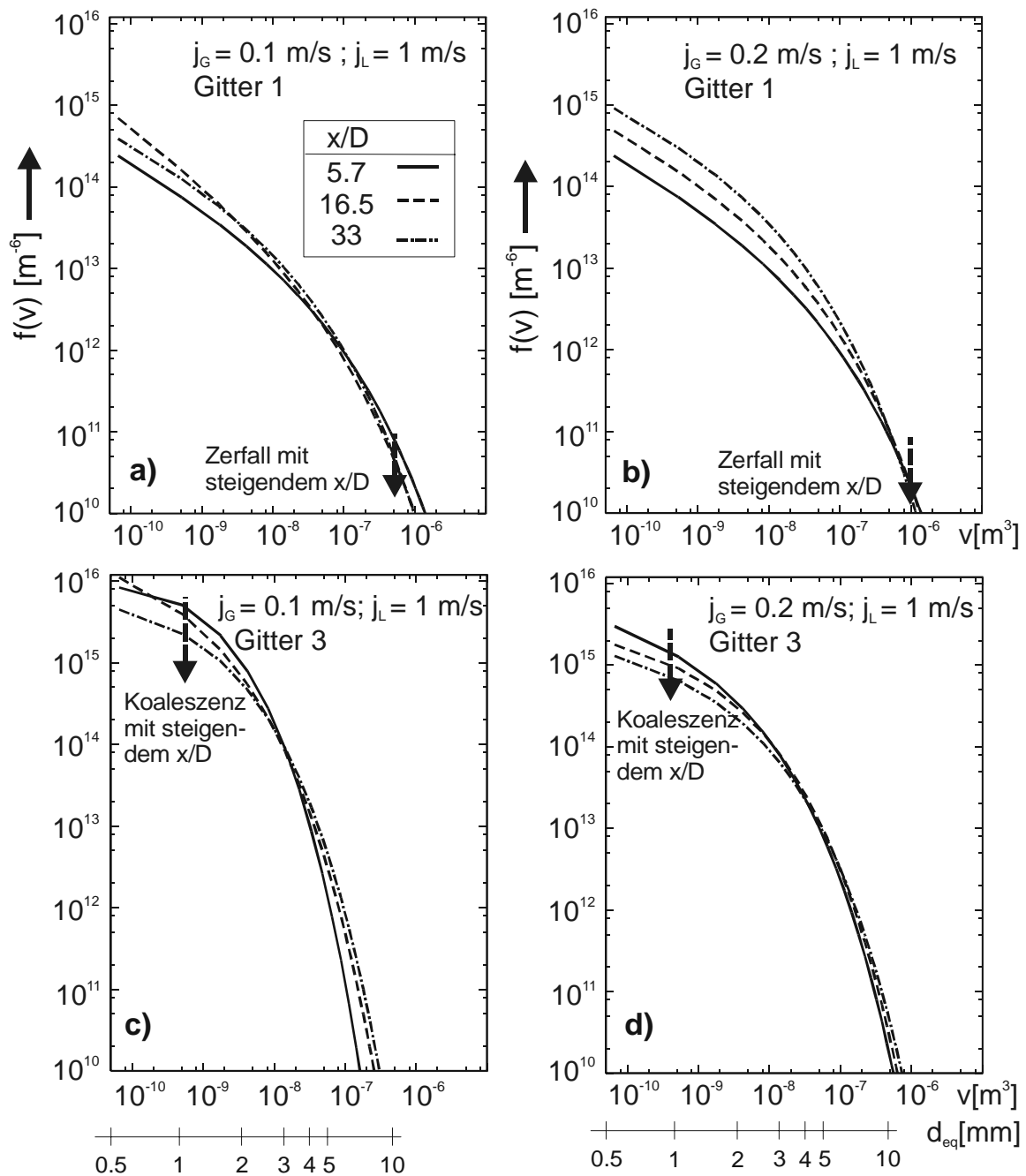
Abb. 4.29 Radiale Profile des lokalen Gasgehalts

#### 4.4.4 Entwicklung der Anzahldichteverteilungsfunktion (ADV)

Abb. 4.30 zeigt die axiale Entwicklung der ADV für Gitter 1 und 3 für drei axiale Positionen. Die Auftragung erfolgt hier aus Übersichtlichkeitsgründen doppelt logarithmisch.

Da gleiche Bohrungsdurchmesser in den Gitterstäben vorliegen, ist zunächst, nach den Untersuchungen zur Primärblasenbildung, anzunehmen, dass die Primärblasengrößen nach Gitter 1 und 3 identisch seien. Hinter Gitter 1 sind die Verteilungen allerdings breiter, mit maximalen Sehenlängen über 10 mm, als bei Gitter 3. Hier wird somit durch die hohe Gitterturbulenz der sekundäre Strahlzerfall gefördert.

Die Vergrößerung der Gasleerrohrgeschwindigkeit hat bei Gitter 3 einen deutlich stärkeren Einfluss auf die Verteilungen. Dieses hängt mit der hohen Gitterturbulenz bei Gitter 3 zusammen. Diese bewirkt den schnellen Zerfall des Gasstrahls und damit die schmale Eintrittsverteilung. Mit Erhöhung der Gasleerrohrgeschwindigkeit steigt aber auch die Blasengeschwindigkeit durch die Bildung eines Gasstrahls und die Verweilzeit der Blasen in der Zone der Gitterturbulenz sinkt und damit auch die Zerfallsrate. Die Verteilung wird breiter und größere Blasen bleiben erhalten. Bei Gitter 1 mit geringer Eintrittsturbulenz bleiben die Eintrittsverteilungen breit.



**Abb. 4.30** Axiale Entwicklung der querschnittsgemittelten ADV nach Gitter 1 und 3

Aus der axialen Veränderung der ADV kann die Koaleszenz- und Zerfallsrate bestimmt werden. Für Gitter 1 ist eine Zunahme der Anzahldichte bei kleinen Volumina bedingt durch den Zerfall von Großblasen zu beobachten. Die Einzelbetrachtungen zum Blasenzerfall (siehe Kapitel 4.2.2) haben gezeigt, daß die Bildung einer kleinen und einer großen Tochterblase wahrscheinlicher ist als die Bildung zweier gleichgroßer Blasen beim Zerfall, da bei letzterem eine größere Oberflächenenergie aufgebracht werden muss. Diese Beobachtung wird bei Gitter 1 bestätigt, da der Anstieg der Anzahldichte hauptsächlich im Bereich von Kleinblasen von 2-3 mm statt findet. Die treibende Kraft des Zerfalls bei Gitter 1 ist die blaseninduzierte Turbulenz im gitterfernen Bereich. Diese steigt mit dem Gasgehalt an, womit bei  $j_G = 0.2$  m/



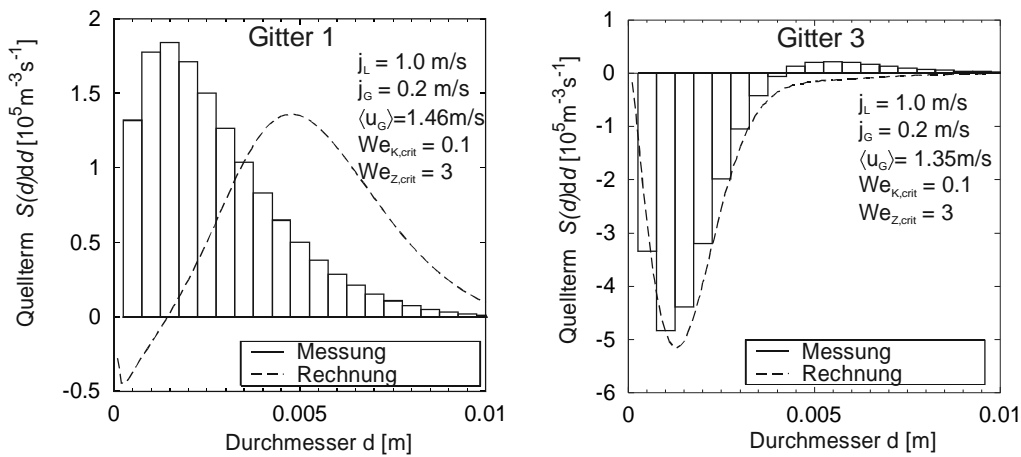
s die Änderung der Anzahlldichte durch Zerfall stärker ist als bei  $j_G = 0.1$  m/s. Bei letzterer Strömung stellt sich zwischen  $x/D = 16.5$  und  $x/D = 33$  fast ein Gleichgewicht zwischen Koaleszenz und Zerfall ein. Hinter Gitter 3 überwiegt Koaleszenz und die axiale Entwicklung zeigt, dass der Anteil kleiner Blasen abnimmt. Die ADV wird zu größeren Volumina verschoben und die Gesamtanzahldichte nimmt ab, was auch in Abb. 4.32 zu sehen ist. Die ADV-Kurven schneiden sich in einem äquivalenten Durchmesserbereich von 3-5 mm. Es kann angenommen werden, dass Koaleszenz bei größeren Blasen nicht mehr stattfindet. Dies bestätigen auch die Untersuchungen zu Einzelkoaleszenzprozessen in Kapitel 4.2.1. Um zu klären, ob auch Zerfall in beachtenswerter Größenordnung stattfindet, kann die Weberzahl mit den maximal auftretenden Durchmessern und turbulenten Schwankungen berechnet werden. Die maximal gemessene Sehnenlänge ist etwa 8 mm, die maximale mittlere Schwankungsgeschwindigkeit 0.11 m/s. Dies ergibt eine maximale Weberzahl von 1.4, was deutlich unter der kritischen Weberzahl von 4.8 liegt. Es findet somit kein Zerfall in beachtenswerter Größenordnung statt.

#### 4.4.4.1 Quantifizierung der Koaleszenz- und Zerfallsraten in Abhängigkeit von der Blasengröße

Die Quellterme der Populationsbilanzgleichung  $S(v)$  (siehe Gleichung (2.32)) können mit Hilfe von Gleichung (4.17) aus der axialen Entwicklung der ADV ermittelt werden. Der Quellterm für Blasen mit einem Volumen zwischen  $v$  und  $v+\Delta v$  ergibt sich aus dem Wert der ADV an zwei axialen Positionen  $x$  und  $x+\Delta x$ .

$$S(v) = [f_x(v) - f_{x+\Delta x}(v)] \Delta v \frac{\bar{u}_G}{\Delta x} \quad (4.17)$$

Ergebnisse für die Strömung mit der Gasleerrohrgeschwindigkeit  $j_G = 0.2$  m/s sind in Abb. 4.31 dargestellt. Als Parameter wurde hier für die bessere Darstellung nicht das Blasenvolumen sondern der längere Durchmesser eines volumenäquivalenten Ellipsoids gewählt mit  $S(d)dd = S(v)dv$ . Die Änderungsrate der Anzahlldichte zeigt für kleine Durchmesser sowohl für koaleszenz- als auch zerfalldominierte Systeme die größten Werte, da die Anzahlldichte für kleine Blasen sehr viel höher als für Großblasen ist. Bei Gitter 1 ist die deutliche Zunahme durch Zerfall sichtbar, bei Gitter 3 erfolgt die Abnahme von Blasen bis zum äquivalenten Radius von 2.5 mm durch Koaleszenz. Diese Daten können direkt für die Validierung der Populationsbilanzen genutzt werden, wie in von Gnotke et al. [35] gezeigt. Die Quellterme  $S(v) = S_{koal} + S_{zerfall}$  werden über numerische Integration mit Hilfe der Trapezregel aus den Gleichungen (2.33)-(2.40) erhalten.



**Abb. 4.31 Quellterme in Populationsbilanzen in Abhängigkeit von der Blasengröße im Vergleich mit berechneten Werten aus [35]**

Gute Übereinstimmung kann für das koaleszenzdominierte System hinter Gitter 3 erreicht werden. Für die kritische Weberzahl der Koaleszenz wurde  $We_{K,krit} = 0.1$  gewählt. Größere Abweichungen der theoretischen Berechnung gegenüber dem Messwerten zeigen sich für den Zerfall bei Gitter 1. Die berechnete Verteilung der Quellterme ist zu größeren Durchmessern verschoben. Ein Grund dafür kann die Annahme einer Gleichverteilung für die Zerfallsblasen sein. Die Einzelzerfallsuntersuchungen hatten gezeigt, dass der Zerfall in ungleiche Fragmente wahrscheinlicher ist. Integriert über alle Durchmesser zeigen die Zerfallsraten aber wieder Übereinstimmung im Bereich des Messfehlers mit weniger als 20% Abweichung.

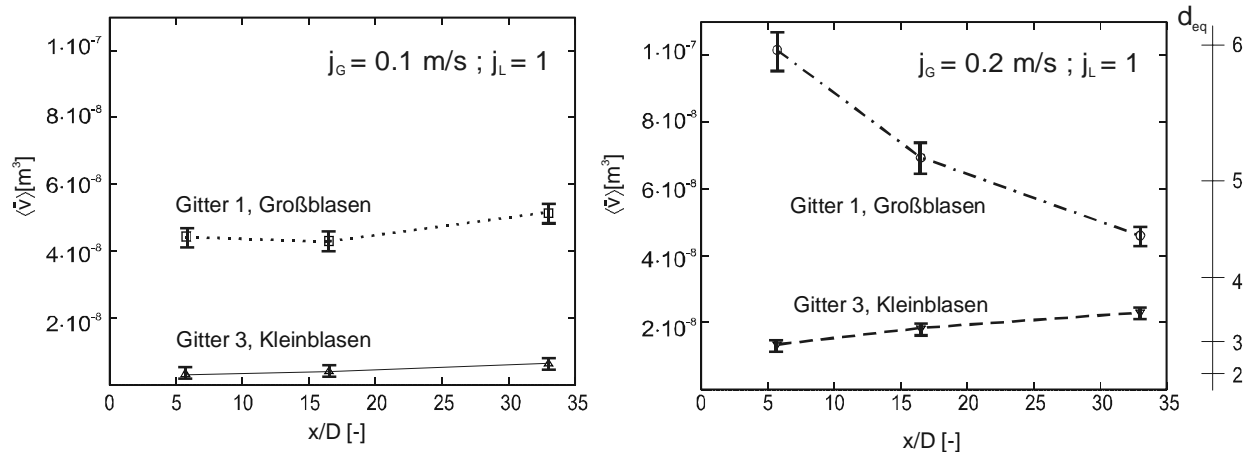
#### 4.4.5 Mittleres Blasenvolumen

Die axiale Entwicklung des mittleren Blasenvolumens sind in Abb. 4.32 dargestellt. Die Verläufe zeigen deutlich den Einfluss von Koaleszenz und Zerfall. Eine hohe Anzahldichte bzw. kleines Blasenvolumen fördert Koaleszenz, große Blasenvolumina fördern den Blasenzerfall. Bei Gitter 1 entstehen bei gleicher Gasleerrohrgeschwindigkeit größere Blasen als bei Gitter 3. Das Blasenvolumen sinkt durch Zerfall bei Gitter 1 für  $j_G = 0.2$  m/s, wohingegen es bei  $j_G = 0.1$  m/s annähernd konstant bleibt, da sich Koaleszenz und Zerfall im Gleichgewicht befinden.

Bei Gitter 3 nimmt die Gesamtanzahldichte durch Koaleszenz ab und das Blasenvolumen nimmt zu. Bei keiner der untersuchten Strömungen bildete sich im beobachteten Strömungsbereich ein von den Eintrittsbedingungen unabhängiger Gleichgewichtszustand aus. Die Bedeutung der Berücksichtigung der Eintrittsbedingungen wird hierdurch unterstrichen. Es findet allerdings bei  $j_G = 0.2$  m/s im Strömungsverlauf eine Annäherung der gemessenen Blasenvolumina stromabwärts von Gitter 1 und 3 statt. Eine Vorhersage, ob überhaupt ein Gleichgewichtszustand erreicht wird, lässt sich wegen der steten Änderung der Strömungsparameter im weiteren Strömungsverlauf (Druck, Gasgehalt, Schlupf, Turbulenz) nur auf der Basis der hier gemachten Beobachtungen nicht machen.

Die axialen Verläufe der Gesamtanzahldichte, die mit dem Gasgehalt mittels Gleichung (2.19) berechnet werden können, werden zur Validierung der Momentenmethode herangezogen.

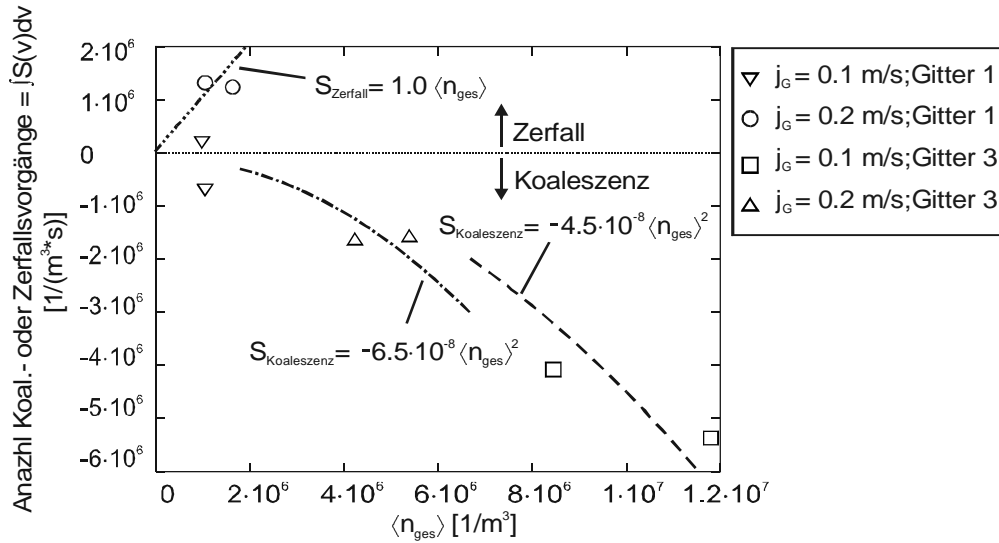
gen und sind in Kapitel 5.2.2 dargestellt. Bei den Blasenvolumina ist zudem zu berücksichtigen, dass sich diese auch durch die geodätische Druckminderung ändern (Größenordnung 10 %). Dieser Effekt ist jedoch überlagert vom Messfehler und daher schwierig zu quantifizieren (Größenordnung 15%).



**Abb. 4.32** Axiale Entwicklung des mittleren querschnittsgemittelten Blasenvolumens. Die Bezeichnung Groß- und Kleinblasen orientiert sich am subjektiven Eindruck des Strömungsbildes (z.B. Abb. 3.3)

#### 4.4.5.1 Bestimmung der integralen Koaleszenz- und Zerfallskernel in der Erhaltungsgleichung für die Gesamtanzahldichte

Die Daten der axialen Entwicklung der Gesamtanzahldichte erlauben die Quantifizierung der Koaleszenz- und Zerfallskernel in der Erhaltungsgleichung für die Gesamtanzahldichte (Nulltes Moment der ADV). Zu den Erhaltungsgleichungen der Momente der ADV siehe auch Kapitel 5.1. Die Voraussetzung hierfür ist die Annahme, dass entweder nur Koaleszenz oder nur Zerfall stattfindet. Die Messergebnisse (siehe Kapitel 4.4.4) bestätigen, dass bei Gitter 3 praktisch nur Koaleszenz stattfindet. Für den Zerfall hinter Gitter 1 ist die Annahme nur bei hoher Gasleerrohrgeschwindigkeit zu treffen. Der hierfür ermittelte Zerfallskernel kann nur als grobe Schätzung angesehen werden. Aus den Gesamtanzahldichteverläufen und der mittleren Gasgeschwindigkeit (TABELLE 12) kann die linke Seite der Erhaltungsgleichung für die Gesamtanzahldichte (siehe TABELLE 15) unter Annahme  $dx = \Delta x$  berechnet werden. Die linke Gleichungsseite entspricht der Summe aller pro Zeiteinheit und pro Volumeneinheit stattfindenden Koaleszenz- oder Zerfallsvorgänge. Diese Größe ist in Abb. 4.33 als Funktion der querschnittsgemittelten Gesamtanzahldichte  $n_{ges}$  dargestellt. Eine Kurven-Anpassung des Koaleszenzkernels ergibt  $Y_0 = -4.5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}$  für  $j_G = 0.1 \text{ m/s}$  und  $Y_0 = -6.5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}$  für  $j_G = 0.2 \text{ m/s}$ . Die größeren Blasen bei höherer Gasleerrohrgeschwindigkeit erhöhen den Koaleszenzkernel wegen der größeren Kollisionsfläche.



**Abb. 4.33 Änderung der Gesamtanzahldichte durch Zerfall und Koaleszenz**

Die Abschätzung des Zerfallskernels ergibt  $\Omega_0 = 1.0 \text{ s}^{-1}$  für  $j_G = 0.2 \text{ m/s}$ . Für  $j_G = 0.1 \text{ m/s}$  kann der Zerfallskernel nicht eindeutig bestimmt werden, da sich Koaleszenz und Zerfall fast im Gleichgewicht befinden.

#### 4.4.6 Grenzflächenkonzentration

Die Grenzflächenkonzentration ist sowohl vom Gasgehalt als auch von der Blasengrößenverteilung abhängig. Da letztere sehr stark vom eingesetzten Turbulenzgitter abhängt, können sich bei gleicher Gasleerrohrgeschwindigkeit sehr unterschiedliche Grenzflächenkonzentrationen einstellen. So ergibt sich bei  $j_G = 0.1 \text{ m/s}$  bei Gitter 3 ein etwa doppelt so hoher Wert wie bei Gitter 1. Eine Berechnung allein auf Basis des Gasgehalts ist somit nicht möglich. Die Berechnung der Grenzflächenkonzentration erfolgt unter Berücksichtigung der ADV und der Blasenform mit Gleichung (2.18). Abb. 4.34 zeigt die sich ergebenden axialen Verläufe. Koaleszenz und Zerfall beeinflussen deutlich die Entwicklung der Grenzflächenkonzentration. Diese nimmt bei Koaleszenz ab und erhöht sich bei zerfallsdominierter Strömung.

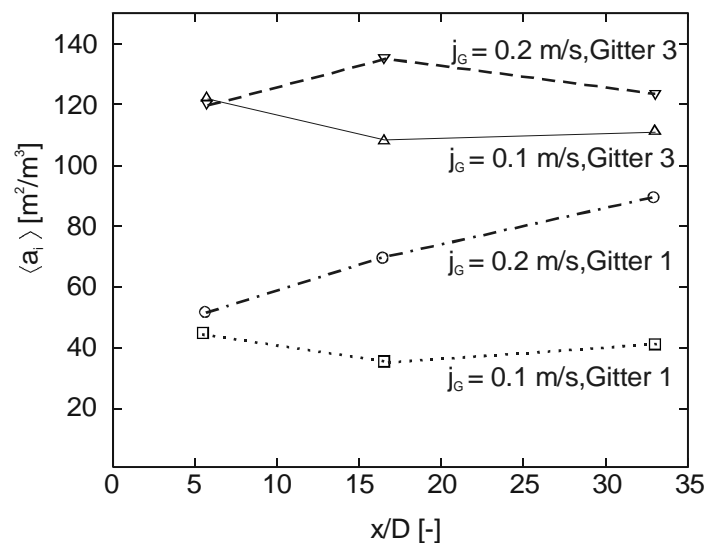


Abb. 4.34 Axiale Entwicklung der Grenzflächenkonzentration

#### 4.4.7 Fehlerbetrachtung

Auch beim 50-mm-Rohr wird die Gasgehaltsmessung durch die in Kapitel 3.6.3.2 beschriebene Methode bewertet.

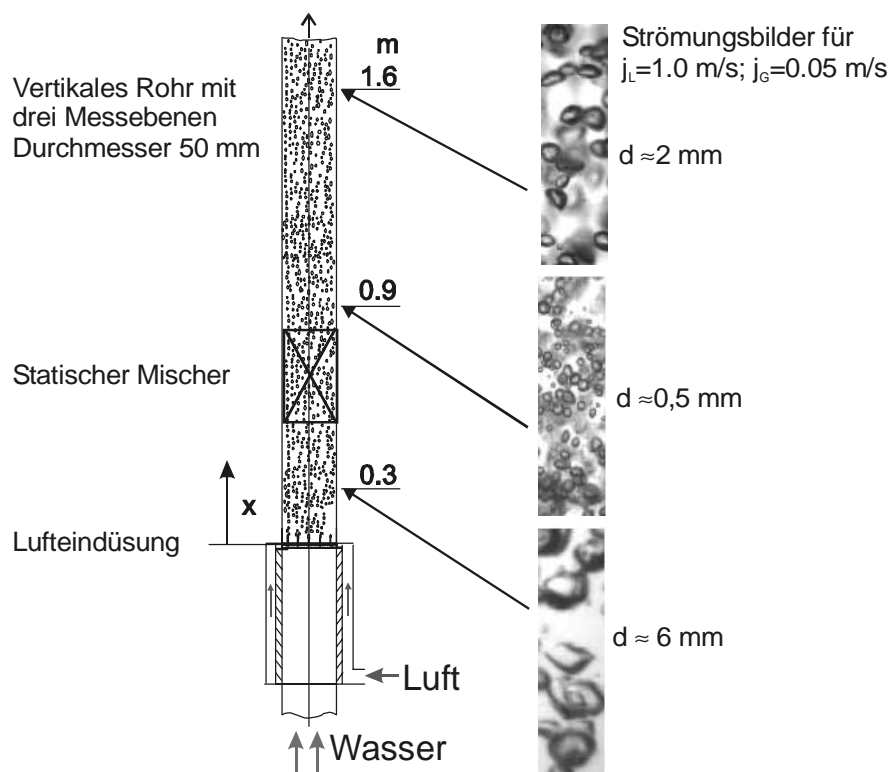
Leerrohrgeschwindigkeiten	Fehler in % Gitter 1	Fehler in % Gitter 3
$j_L = 1.0 \text{ m/s}, j_G = 0.1 \text{ m/s}$	-23	-20
$j_L = 1.0 \text{ m/s}, j_G = 0.2 \text{ m/s}$	-15	-5

TABELLE 13 Fehler im Massenstrom aus faseroptischen Sonden,  $x/D = 16.5$ 

Die Fehler sind trotz ähnlicher Strömungsbedingungen im Mittel kleiner als beim 90-mm-Strömungsrohr. Da die gleichen Sondentypen verwendet wurden, ist zu vermuten, dass sich durch Alterung, die Messungen im 50-mm-Rohr wurden etwa ein Jahr früher als die Messungen im 90-mm-Rohr durchgeführt, Verschmutzung oder ungünstigere Wahl der Auswerteparameter das Signalverhalten verschlechtert hat.

#### 4.5 Messungen in einer Rohrströmung mit statischem Mischer

Mit Hilfe von statischen Mixern können räumlich sehr homogene Eintrittsbedingungen mit schmaler Blasengrößenverteilungen eingestellt werden. Dabei ergibt sich die Blasengröße aus der Anströmgeschwindigkeit der Flüssigkeit im Mischer. Die Strömungsbilder, Abb. 4.35, zeigen die typische Entwicklung der Blasengrößen: Im Mischer werden die Blasen durch die großen Scherkräfte zerrissen. Im weiteren Verlauf koaleszieren die Blasen in der turbulenten Strömung und die mittlere Blasengröße nimmt wieder zu.



**Abb. 4.35 Experimenteller Aufbau und Beispiel für Strömungsbilder**

Ziel hier war es möglichst kleine Blasen zu erzeugen, um ein möglichst stark koaleszierendes System zu erzeugen, um gezielt diesen Vorgang isoliert zu betrachten. Um die vorgestellten Zerfalls- und Koaleszenzmodelle zu validieren, wurden Versuche an einer Wasser-Luft-Strömung in einem vertikalen Plexiglasrohr mit 50 mm Durchmesser durchgeführt. Die Wasser- und Luftleerrohrgeschwindigkeiten  $j_L$  bzw.  $j_G$  wurden variiert. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung dargestellt. Kurz hinter der Luftindüsung ist ein statischer Mischer (Sulzer SMV 50) von 0.25 m Länge installiert. Es folgen zwei Messstellen im Abstand von 10 cm ( $x=0.9\text{m}$ ) und 80 cm ( $x=1.6\text{m}$ ) nach dem Mischer. Intrusive Sonden wurden eingesetzt um die notwendigen Strömungsparameter zu ermitteln. Da für die Validierung der Ergebnisse die querschnittsgemittelten Werte der Strömungsparameter nötig sind, wurden 16 Werte über dem Radius aufgenommen.

Versuch	$j_L \text{ [m/s]}$	$j_G \text{ [m/s]}$	$\langle \varepsilon_G \rangle \text{ [-]}$	$\langle \bar{u}_G \rangle \text{ [m/s]}$	$\langle \varepsilon_t \rangle \text{ [m}^2\text{s}^{-3}\text{]}$
1	1.0	0.2	0.11	1.5	83
2	1.0	0.4	0.21	1.7	83
3	0.5	0.2	0.2	0.8	21

**TABELLE 14 Versuchsparameter bei den Untersuchungen in einer Rohrströmung mit statischem Mischer. Der Gasgehalt und die mittlere Gasgeschwindigkeit wurden gemessen bei  $x = 1.6 \text{ m}$ . Die turbulente Dissipationsrate gilt innerhalb des Mixers und wird aus dessen Druckverlust in der einphasigen Strömung abgeschätzt.**

Um die turbulente Dissipationsrate im Mischer zu ermitteln, wurden Druckmessungen vor und nach dem Mischer in einer einphasigen Strömung durchgeführt. Das Prinzip der Druckmessungen ist in Abb. 3.19 dargestellt. Der Reibungsdruckverlust des Mischers wird als Differenz der gemessenen Absolutdrücke an den Positionen E1 und E2 bestimmt

$$\Delta p_{\text{Mischer}} = p_{E1} - p_{E2} \quad (4.18)$$

Aus dem Druckverlust des statischen Mischers kann die mittlere Dissipationsrate mit Gleichung (4.19) abgeschätzt werden, wobei das freie Volumen  $V_{\text{Mischer}}$  des SMV 50 Mischers 0.74 mal dem Leerrohrvolumen entspricht. Die blaseninduzierte Turbulenz im Mischer wird vernachlässigt.

$$\langle \varepsilon_t \rangle = \frac{\Delta p_{\text{Mischer}} \dot{V}_G}{\rho_L V_{\text{Mischer}}} \quad (4.19)$$

Der gemessene Druckverlust beträgt für  $j_L = 1,0 \text{ m/s}$  :  $2,2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$  und für  $j_L = 0,5 \text{ m/s}$  :  $5,3 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ . Daraus ergeben sich die in TABELLE 14 angegebenen Dissipationsraten. Es ist allerdings zu beachten, dass im realen System keine homogene Verteilung der Dissipationsrate vorliegt, sondern oft sehr starke Gradienten in Wandnähe vorliegen. Eine genaue Verteilung der Dissipationsrate kann dann nur mit detaillierten CFD-Berechnungen ermittelt werden.

#### 4.5.1 Strömungsentwicklung

Die in das Rohr eingedüsten Blasen mit Durchmessern von etwa 5 bis 6 mm werden im Mischer durch die hohen turbulenten Scherkräfte zerrissen. Die Stärke der Turbulenz im Mischer steigt mit der Leerrohrgeschwindigkeit des Wassers an. Somit sind die Blasen bei  $j_L = 1,0 \text{ m/s}$  kleiner als bei  $j_L = 0,5 \text{ m/s}$ . In den Hochgeschwindigkeitsaufnahmen waren viele Koaleszenzvorgänge zu identifizieren. Die Ergebnisse der gemessenen Sauterdurchmesser sind in Abb. 5.6 in Kapitel 5.2.3.1 dargestellt. Es werden hierin die querschnittsgemittelten Werte betrachtet, um Änderungen der Blasengröße durch die radiale Migration auszuschließen. Damit ist die Validierung von eindimensionalen Modellen für die Entwicklung der Blasengrößen möglich. Die Gasgehaltsmessungen zeigen im weiteren Verlauf der Strömung ein Gasgehaltsmaximum in Wandnähe bedingt durch Liftkräfte. Der gemessene prozentuale Anstieg der Blasengröße liegt bei etwa 60% für Versuch 1, 40% für Versuch 2 und 30 % für Versuch 3. Diese Beobachtung bestätigt das Modell für die Koaleszenzeffizienz, wonach kleine Blasen stärker koaleszieren als größere.





## 5. Validierung einer Momentenmethode für charakteristische Blasengrößenparameter

Die in den vorangegangenen Abschnitten ermittelten experimentellen Daten werden dazu genutzt, um eine Momentenmethode zur Berechnung der Blasengrößen und der Blasengrößenverteilung zu validieren. Die Momentenmethode basiert auf den Populationsbilanzen. Ihr liegen die Erhaltungsgleichungen für die statistischen Momente der Anzahldichteverteilungsfunktion zugrunde.

Zur Bestimmung der Randbedingungen der Momentengleichungen ist zusätzlich die Kenntnis der Primärblasengrößen an den Eindüseöffnungen bei überlagerter Flüssigkeitsströmung notwendig. Deshalb wird eine Korrelation zu deren Bestimmung aufgestellt und validiert. Diese soll zusammen mit den Momentengleichungen in CFD-Codes implementiert und deshalb rechnerisch nicht zu aufwändig sein.

### 5.1 Formulierung der Momentenmethode zur Lösung der Populationsbilanz

Zunächst werden die Erhaltungsgleichungen für verschiedene Momente (auch „Momentengleichungen“ genannt) hergeleitet und eine detaillierte Vorgehensweise zu deren Lösung gegeben. Zur Validierung werden die experimentellen Untersuchungen aus den Kapiteln 4.3, 4.4 und 4.5 herangezogen.

#### 5.1.1 Darstellung der Populationsbilanzgleichungen mit einer Momentenmethode

Als Momentenmethode wird die Lösung der Populationsbilanz über statistische Momente der Anzahldichteverteilungsfunktion bezeichnet. Die Populationsbilanz wird zunächst gemäß der Momentendefinition der ADV, Gleichung (2.17), integriert. Dieses Vorgehen reduziert die Populationsbilanzgleichungen auf drei Erhaltungsgleichungen für die Momente der ADV. Zur grundlegenden Vorgehensweise bei der Momentenmethode siehe auch Kapitel 2.6.3.

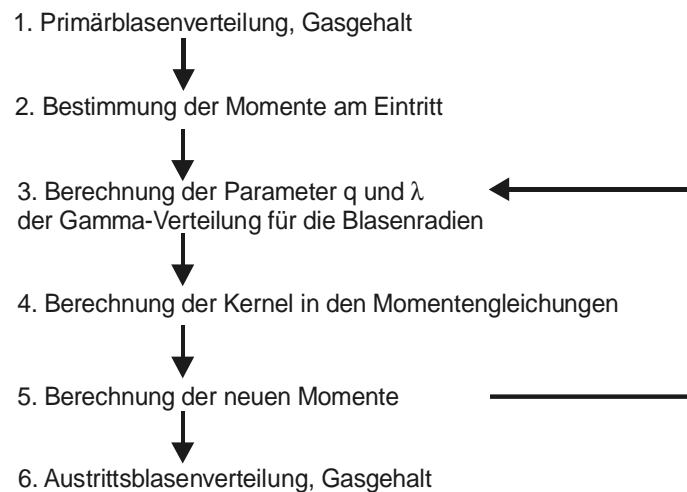
Die Erhaltungsgleichung für das erste Moment entspricht der Massenerhaltungsgleichung (Kontinuitätsgleichung, siehe Gleichung (2.1)). Die Koaleszenz und Zerfallsterme verschwinden hierin, was auch als Kontrolle für die verwendeten Koaleszenz- und Zerfallsansätze und die Diskretisierung eingesetzt werden kann. Die Erhaltungsgleichungen für das nullte, erste und zweite Moment der ADV sind in folgender Tabelle dargestellt.

k-tes Moment der ADV	Äquivalenter Ausdruck	Erhaltungsgleichung
$m_0$	$n_{ges} = \frac{\mathcal{E}_G}{\bar{v}}$	$u_0 \frac{dm_0}{dx} = Y_0 m_0^2 + \Omega_0 m_0$
$m_1$	$\mathcal{E}_G$	$\rho_G u_1 \frac{dm_1}{dx} = \mu a_i$
$m_2$	$n_{ges} (\bar{v}^2 + \sigma_v^2)$	$\rho_G^2 u_2 \frac{dm_2}{dx} = Y_2 m_0^2 + \Omega_2 m_0 + 2\rho_G \mu \Psi m_{5/3}$

**TABELLE 15** Statistische Momente der ADV und deren Erhaltungsgleichungen in eindimensionaler Form

### 5.1.2 Vorgehensweise zur Lösung der Momentenmethode

Grundlage der Momentenmethode sind die Erhaltungsgleichungen für das nullte, erste und zweite Moment der ADV und eine angenommene Form der Blasendurchmesser-Verteilungsfunktion. Für deren Lösung wird die im folgenden beschriebene Vorgehensweise gewählt. Ausgangspunkt ist eine gemessene Eintritts- oder die über eine Korrelation bestimmte Primärblasengrößenverteilung (siehe z.B. Kapitel 5.5) und der zugehörige Gasgehalt. Aus den Eingangsdaten, d.h. dem mittleren Radius und dessen Standardabweichung werden die charakteristischen Parameter der angenommenen Verteilungsfunktion (hier beispielhaft für eine Gamma-Verteilung erläutert, analog können auch andere Verteilungsfunktionen wie eine Log-Normalverteilung genutzt werden) bestimmt. Mit diesen Informationen und den Strömungsparametern können dann die Quellterme berechnet werden. Somit können die Erhaltungsgleichungen für die Momente gelöst werden. Es ergeben sich die für den aktuellen Berechnungsschritt gültigen Werte der Momente. Für den nächsten Berechnungs- oder Iterationsschritt müssen aus den Momenten wieder die Werte der analytischen Verteilungsfunktion bestimmt werden. Hiermit kann der nächste Berechnungsschritt durchgeführt werden oder die Ergebnisverteilung bestimmt werden.



**Abb. 5.1 Vorgehensweise bei der Berechnung der Blasengrößenverteilung mit der Momentenmethode**

### 5.1.3 Bestimmung der statistischen Momente für die Eintrittsverteilung

Dieser Abschnitt beschreibt den Schritt 2 in Abb. 5.1. Voraussetzung ist die Kenntnis der Primärblasengrößenverteilung und der Eintrittsgasgehalt. Die einzusetzende analytische Verteilungsfunktion beschreibt die Verteilung der Blasenradien. Bei einer Gamma-Verteilung ergeben sich mit der Radien-Momentendefinition (siehe z.B. Bronstein [17]),

$$m_{k,R} = \prod_{i=1}^k \frac{q + i - 1}{\lambda} \quad (5.1)$$

die folgenden Zusammenhänge, mit denen die charakteristischen Parameter  $q$  und  $\lambda$  aus dem mittleren Radius und der Standardabweichung der Eintrittsverteilung berechnet werden.

$$\bar{R} = \bar{d} / 2 = m_{1,R} = \frac{q}{\lambda} \quad (5.2)$$

$$\sigma_R = \sigma_d / 2 = m_{2,R} - m_{1,R}^2 = \frac{\sqrt{q}}{\lambda} \quad (5.3)$$

Das mittlere Volumen, welches u.a. für die Berechnung der Gesamtanzahldichte benötigt wird, ergibt sich aus den Gamma-Parametern:

$$\bar{v} = \frac{4}{3} \pi m_{3,R} = \frac{4}{3} \pi \frac{(q+2)(q+1)q}{\lambda^3} \quad (5.4)$$

Die Momente der ADV berechnen sich aus den Parametern der Gamma-Verteilung mit Hilfe der Radienmomente (Gleichung (5.1)) wie folgt:

$$\begin{aligned} m_0 &= n_{tot} = \mathcal{E}_G / \bar{v} \\ m_2 &= n_{tot} \left(\frac{4}{3} \pi\right)^2 m_{6,R} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Für eine Log-Normalverteilung könnte analog vorgegangen werden. Hier sind die Radienmomente nach Bensberg et al. [9] mit den charakteristischen Parametern  $R_p$  und  $\sigma'$  folgendermaßen zu berechnen.

$$m_{k,R} = R_p^k \exp\left(\frac{1}{2} k^2 \ln^2 \sigma'\right) \quad (5.6)$$

#### 5.1.4 Berechnung der Kernel in den Quelltermen der Momentengleichungen

In Kapitel 2.6.3 wurde gezeigt, wie die Momentengleichungen aus den Populationsbilanzen hergeleitet werden. Die Erhaltungsgleichung für das  $k$ -te Moment entsteht dabei durch Integration der mit  $v^k$  multiplizierten Populationsbilanz. Die genaue Berechnung der Quellterme in den Momentengleichungen erfordert somit die Lösung von Mehrfachintegralen und ist somit rechnerisch sehr aufwändig. Insbesondere mit Hinblick auf die Implementierung der Momentengleichungen in einen CFD-Code müssten die Integrale für jeden Iterationsschritt neu bestimmt werden, was die Gesamtrechnenzeiten extrem steigern würde. Gharaibah und Polifke [34] schlagen vor, die Quellterme vor der Lösung der Momentengleichungen zu ermitteln und die Lösungen als Funktion aller Einflussparameter in diskreten Look-up-Tabellen abzulegen, auf die während der Lösung der Momentengleichungen ein schneller Zugriff möglich ist. Milies und Mewes [90] berechnet die analytische Lösung der Kernel unter Annahme einer selbstähnlichen, einparametrischen Verteilung.

Der neue, hier Momentenmethode genannte, Lösungsansatz für die Berechnung der Kernel basiert auf zweiparametrischen Verteilungsfunktionen wie der Gamma- oder Log-Normal-Verteilung. Es werden Vereinfachungen angenommen, die eine direkte Berechnung der Kernel unter Berücksichtigung der wichtigen Einflussgrößen Gasgehalt, Turbulenz, Blasengrößen und Stoffeigenschaften ermöglichen. Die Lösung geschieht ohne Berechnung von Integralen und Wertetabellen, wodurch die Berechnung sehr schnell ist und die Kopplung mit den anderen Erhaltungsgleichungen möglich ist.

#### 5.1.4.1 Vereinfachte Berechnung des Koaleszenzkernelns

Ausgehend von der Berechnung der Quellterme für monodisperse Systeme können folgende vereinfachte Ergebnisse erhalten werden:

$$Y_0 = \frac{1}{2} \pi \bar{d}^2 u'_{rel} \exp[-(We / We_{K,krit})^{1/2}] \quad (5.7)$$

Für den Koaleszenzkernel der Momentengleichung für das zweite Moment ergibt sich mit dem mittleren Volumen und dessen Standardabweichung:

$$Y_2 = (\bar{v}^2 - \sigma_v^2) Y_0 \quad (5.8)$$

In turbulenten Strömungen wird angenommen, dass die turbulenten Fluid-Wirbel mit Blasen gleicher Größe in starke Wechselwirkung treten. Die mittlere Blasenrelativgeschwindigkeit kann nach Prince und Blanch [94] mit folgender Gleichung berechnet werden:

$$u'_{rel} = 1.4(\epsilon \bar{d})^{1/3} \quad (5.9)$$

Für die Berechnung wird der mittlere Durchmesser  $\bar{d}$  der Durchmesser-Verteilung eingesetzt. Die Weberzahl ist damit wie folgt definiert:

$$We = \frac{u_{rel}^2 \rho_L \bar{d}}{\sigma} \quad (5.10)$$

Da sich aus den Momentengleichungen direkt nur das mittlere Blasenvolumen und die Standardabweichung des Blasenvolumens bestimmen lässt, ist die Umrechnung in den mittleren Durchmesser unter Annahme einer analytischen Verteilungsfunktion notwendig. Diese Umrechnung ist in Kapitel 5.1.6 beschrieben. Als kritische Weberzahl wurde der Wert von  $We_{K,krit} = 0.1$  festgelegt, mit dem die beste Übereinstimmung mit den Messdaten erreicht werden konnte. Dieser Wert ist deutlich niedriger als derjenige, der aus den Einzelbetrachtungen gewonnen wurde. Dies liegt insbesondere daran, dass bei den Einzelbetrachtungen nur die Effizienz betrachtet wurde, nicht aber die Bestimmung der Kollisionsrate. Diese wird mit dem gewählten Modell offensichtlich zu hoch berechnet, was durch die Verkleinerung des Effizienzparameters ausgeglichen werden muss.

#### 5.1.4.2 Vereinfachte Berechnung des Zerfallskernels

Die Berechnung des Zerfallskernels für das nullte Moment erfolgt mittels Gleichung (5.11). Da eine Blase vom Durchmesser  $d$  mit allen Wirbelgrößen interagieren kann, muss über alle Wirbellängen integriert werden. Als Vereinfachung wird angenommen, dass Wirbel in der Größenordnung der Blasen einen überproportionalen Einfluss auf den Zerfall haben, da nur diese genügend kinetische Energie aufweisen. Die Anzahldichte der Wirbel  $n(\lambda)$  ergibt sich nach Luo und Svendsen [83] (siehe auch Kapitel 2.6.2). Die Zerfallseffizienz ergibt sich aus der kritischen Weber-Zahl für den Zerfall  $We_{Z,krit}$ . Gemäß den Einzelblasenuntersuchungen zum Blasenzerfall (siehe Kapitel 4.2.2) wurde für alle folgenden Betrachtungen ein Wert von  $We_{Z,krit} = 4.8$  gewählt. Vergleiche mit der exakten Lösung der Kernel zeigen, dass die Berechnung der mittleren Zerfallsrate mit dem volumenäquivalenten Blasendurchmesser  $d_{eq}$  die genauesten Ergebnisse liefert. Mit diesem Durchmesser wird auch die Weberzahl berechnet.

$$\begin{aligned}
\Omega_0 &= \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \Omega(d_{eq}, \lambda) d\lambda \approx \int_0^{d_{eq}} \pi d_{eq}^2 n(\lambda) u'_{rel} \eta_Z(\lambda) d\lambda \\
&= \pi d_{eq}^2 \frac{0.8(1-\varepsilon_G)}{d_{eq}^3} 1.4(\varepsilon d_{eq})^{1/3} \exp(-We_{Z,krit}/We) \frac{We}{3We_{Z,krit}}
\end{aligned} \tag{5.11}$$

Der Zerfallskernel beim zweiten Moment wird analog zur Koaleszenz vereinfacht mit Gleichung (5.12) formuliert.

$$\Omega_2 = (\bar{v}^2 - \sigma_v^2) \Omega_0 \tag{5.12}$$

#### 5.1.4.3 Stoffübergangsterme

Die Stoffübergangsterme werden in der vorliegenden Arbeit nur theoretisch behandelt und sind nicht Gegenstand experimenteller Untersuchungen. Die Herleitung der Quellterme wurde ausgehend von Betrachtungen von Fleischer [31] durchgeführt. Die Momente auf der rechten Seite der Momentengleichungen (siehe TABELLE 15, Seite 115) können aus der Gamma-Verteilung unter Annahme der Kugelform berechnet werden.

$$m_{2/3} = \Psi^{-1} a_i = n_{ges} \left[ \frac{4}{3} \pi \right]^{2/3} \prod_{i=1}^2 \frac{q+i-1}{\lambda} \tag{5.13}$$

$$m_{5/3} = n_{ges} \left[ \frac{4}{3} \pi \right]^{5/3} \prod_{i=1}^5 \frac{q+i-1}{\lambda} \tag{5.14}$$

Weiterhin muss der flächenbezogene Stoffübergangstrom  $\mu$  beispielsweise aus einer empirischen Beziehung bekannt sein.

#### 5.1.5 Momentengeschwindigkeiten

In den Erhaltungsgleichungen für die Momente müssen im konvektiven Term unterschiedliche, mit der Verteilungsfunktion gewichtete Momentengeschwindigkeiten eingesetzt werden.

$$u_k = \frac{\int_0^\infty f(v) v^k u(v) dv}{\int_0^\infty f(v) v^k dv} \tag{5.15}$$

Auch hier wird ein einfacher Ansatz verwendet, der die analytische Lösung der Integrale ermöglicht und damit den rechnerischen Aufwand minimiert. Es wird ein Driftströmungsmodell angenommen, in dem sich die Momentengeschwindigkeiten als Überlagerung der Gemischgeschwindigkeit und der durch den Auftrieb bewirkten Driftgeschwindigkeit bestimmen lassen. Durch Verwendung des Driftströmungsmodells kann vermieden werden, dass für jedes Moment eine zusätzliche Impulsbilanz gelöst werden muss.

$$\begin{aligned}
u(v) &= u_{\text{Mischung}} + u_{\text{Drift}}(v) \\
&= \varepsilon_G u_G + (1 - \varepsilon_G) u_L + K v^{2/3}
\end{aligned} \tag{5.16}$$

Der Faktor  $K$  ergibt sich nach Manninen et al. [84] aus einer Erweiterung des Stokesschen Gesetzes. Zur Berechnung des Widerstandsbeiwertes  $C_D$  siehe auch Kapitel 2.4.4.

$$K = \frac{(\rho_L - \rho_G)g}{18\eta C_D} \frac{24}{\text{Re}} \left( \frac{6}{\pi} \right)^{2/3} \tag{5.17}$$

Somit ergeben sich die Momentengeschwindigkeiten für das  $k$ -te Moment:

$$u_k = u_{\text{Mischung}} + \frac{K m_{(k+2)/3}}{m_k} \tag{5.18}$$

Die Berücksichtigung der Momentengeschwindigkeiten ist insbesondere dann notwendig, wenn es zu einer Klassierung der Blasengrößen kommt. Dies ist z.B. der Fall, wenn große Blasen schneller aufsteigen als kleine und sich somit verschiedene räumliche Bereiche mit Groß- und Kleinblasen ausbilden. Ein typisches Beispiel sind Gasabscheider, wo Wert darauf zu legen ist, dass insbesondere die langsamen Kleinblasen auch vollständig abgeschieden werden. Auch bei der Betrachtung der Querkräfte in einer Rohrströmung, die zu ungleichmäßiger Verteilung der Blasengrößen über den Rohrquerschnitt führen, kann durch die Anwendung der unterschiedlichen Momentengeschwindigkeiten dieses Phänomen modellmäßig berücksichtigt werden. Ein Anwendungsbeispiel hierzu befindet sich in Kapitel 6.2.

Spielt die Klassierung keine Rolle, wenn z.B. die Verteilungen schmal sind oder die Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen kleinen und großen Blasen marginal sind, kann für alle Momente eine identische Transportgeschwindigkeit verwendet werden (z.B. die mittlere Gasgeschwindigkeit  $u_G$ ).

### 5.1.6 Neuberechnung der Momente

Zur Lösung der differentiellen Momentenerhaltungsgleichungen in TABELLE 15 sind verschiedene Vorgehensweisen möglich. Bei einfachen eindimensionalen Berechnungen können die Differentiale durch Differenzen ersetzt werden, wenn die Schrittweiten in Zeit und/oder Raum klein genug gewählt werden. Dieses Vorgehen wird bei den folgenden Berechnungen einer stationären eindimensionalen Rohrströmung eingesetzt. Bei einer Implementierung der Erhaltungsgleichungen in einen Finite-Volumen-Solver, wie die CFD Codes Fluent oder CFX, werden Diskretisierungsverfahren höherer Ordnung eingesetzt [32]. Es existiert auch eine analytische Lösung der Momentengleichung für das nullte Moment, unter der Annahme, dass die Kernelfunktionen sich nicht ändern. Auf die Möglichkeiten der Anwendung einer analytischen Lösung wird in Kapitel 5.3 und Kapitel 6.4 näher eingegangen.

Nach der Berechnung der Momente müssen aus diesen wieder die Gamma-Parameter bestimmt werden, damit die aktuellen Quellterme und Transportgeschwindigkeiten wieder ermittelt werden können.

Der Parameter  $q$  wird über folgende quadratische Gleichung (5.19) bestimmt. Sie wird mit Hilfe der Definitionen von Gleichung (5.1) bis Gleichung (5.5) hergeleitet. Während der

Herleitung dieser Gleichung wird eine Koeffizientenvariation durchgeführt, damit eine quadratische Gleichung entsteht. Andernfalls wäre nur eine numerische Lösung möglich. Der Fehler durch die Koeffizientenvariation wurde geprüft und war in allen betrachteten Fällen kleiner als drei Prozent, was die Vereinfachung und Reduktion des Rechenaufwandes sicherlich rechtfertigt.

$$\frac{q^2 + 10q + 30}{q^2 + q} \cong \frac{m_0 m_2}{m_1^2} \quad (5.19)$$

Der Parameter  $\lambda$  ergibt sich mit Hilfe des so bestimmten Parameters  $q$  aus Auflösung von Gleichung (5.4) mit  $\bar{v} = \varepsilon_G / n_{ges} = m_1 / m_0$ .

### **5.1.7 Darstellung der Koaleszenz- und Zerfallskernel als Funktion von statistischen Blasengrößenparametern und der turbulenten Dissipationsrate**

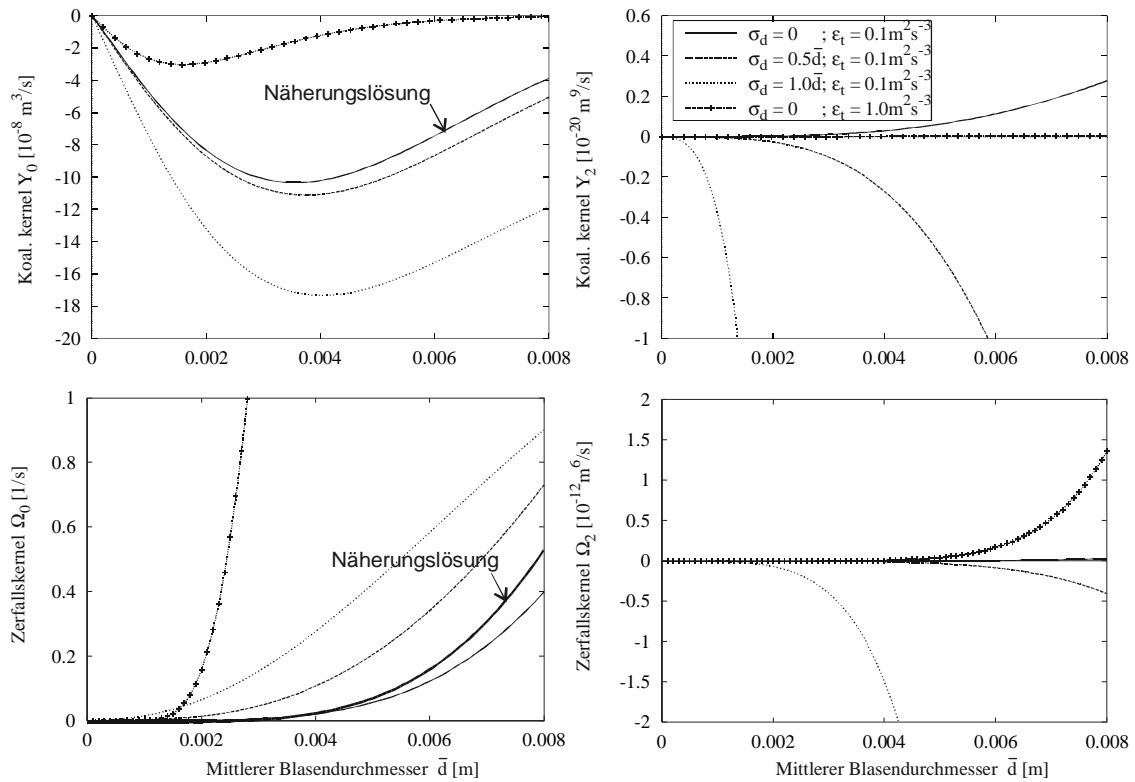
Zur Überprüfung der vereinfachten Koaleszenz- und Zerfallskernel, die in den vorangegangenen Kapiteln bestimmt wurden, und als Referenz werden zunächst die Koaleszenz- und Zerfallskernel (siehe Gleichung (2.41) in Kapitel 2.6.3) durch numerische Integration genau bestimmt. Die Integrale können mit Hilfe der Trapezregel berechnet werden. Dazu muss das Integrationsgebiet in äquidistante Volumenintervalle  $\Delta v$  unterteilt werden und die diskretisierten Terme für jedes Blasenvolumen bestimmt werden. Dieses, wenn auch sehr aufwändige, Verfahren stellt die genaueste Möglichkeit dar, Koaleszenz und Zerfallsterme zu berechnen. Bei einem maximalen Blasendurchmesser von 10 mm und einem Volumenintervall  $\Delta v$  korrespondierend zu 1 mm Durchmesser sind allerdings schon 1000 Klassen notwendig. Zur Bestimmung der Anzahldichteverteilungsfunktion wurde eine Gamma-Verteilung angenommen.

Die durch detaillierte Auswertung der Integrale ermittelten Quellterme sind in Abb. 5.2 dargestellt. Die Kernelfunktionen sind als Funktion des mittleren Blasendurchmessers und der Standardabweichung (ausgedrückt als relativer Anteil des mittleren Durchmessers) dargestellt. Als weiterer Einflussparameter ist die turbulente Dissipationsrate dargestellt.

Bei der Betrachtung der Kernel für das nullte Moment ( $Y_0, \Omega_0$ ) ist das absolute Maximum im Verlauf des Koaleszenzkernel über dem mittleren Blasenvolumen auffällig. Es ergibt sich aus zwei gegenläufigen Effekten. Mit steigender Blasengröße steigt einerseits die Kollisionsfrequenz durch die größere Kollisionsfläche, andererseits sinkt die Koaleszenzeffizienz. Eine Erhöhung der Dissipationsrate bewirkt bei gleichbleibender Blasengröße einen sinkenden Koaleszenzkernel, da die Koaleszenzeffizienz abnimmt, und einen ansteigenden Zerfallskernel, da die turbulenten Kräfte auf die Blase zunehmen. Mit steigender relativer Standardabweichung werden auch die Absolutwerte der Zerfalls- und Koaleszenzkernel größer. Beim Koaleszenzkernel ist dies dadurch zu erklären, dass ungleich große Blasen (in einer breiten Verteilung) einen größeren Kollisionsquerschnitt aufweisen als gleichgroße Blasen (monodisperse Verteilung). Beim Zerfall steigt mit größerer Verteilungsbreite der Anteil an Großblasen, die leichter zerfallen. Der Einfluss der Turbulenz ist sehr deutlich bei der Zerfallskernen.

Die Kernel für das zweite Moment ( $Y_2, \Omega_2$ ) verhalten sich ähnlich. Die Absolutwerte steigen mit wachsender Breite der Verteilung und mit steigender Turbulenz. Es findet jedoch sowohl beim Zerfalls- als auch bei Koaleszenzkernel ein Vorzeichenwechsel von positiven zu negati-

ven Werten mit steigender Verteilungsbreite statt. Dieses bedeutet, dass sehr breite Verteilungen tendenziell schmaler werden, sehr schmale Verteilungen werden dagegen breiter.



**Abb. 5.2** Koaleszenz- und Zerfallskernel in den Erhaltungsgleichungen für die statistischen Momente der ADV für verschiedene Standardabweichungen und Dissipationsraten. Die Berechnung erfolgte numerisch auf der Basis von Gleichung (2.41) unter Verwendung einer Gamma-Verteilung. Zum Vergleich sind die Näherungslösungen nach Gleichung (5.7) und Gleichung (5.11) für die Kernel des nullten Moments eingezeichnet mit der Annahme Standardabweichung  $\sigma_d = 0$  und  $We_{K,krit} = 0.1$ .

In Abb. 5.2 sind zusätzlich die Kernel  $Y_0$ ,  $\Omega_0$  eingezeichnet, die mit den vereinfachten Berechnungsgleichungen für die Kernel gemäß den Gleichungen (5.7) und (5.11) berechnet wurden. Der Koaleszenzkernel entspricht demjenigen der monodispersen Verteilung und ergibt für schmale Verteilungen mit bis zu einer Standardabweichung von 50 % des Mittelwertes eine Übereinstimmung mit der numerischen Lösung in einer Größenordnung kleiner 10%. Bei breiteren Verteilungen ergeben sich deutlich größere Abweichungen, praxisrelevant sind für Koaleszenzvorgänge jedoch schmale Verteilungen von Kleinblasen, die durch die hohe Turbulenz von Dispergiervorrichtungen wie Mischern entstehen. Bei den Zerfallskernen ergibt die vereinfachte Berechnung bei breiten Verteilungen etwa um 20 % zu hohe Werte.

Als erste experimentelle Validierung können die in Kapitel 4.4.5.1 bestimmten Kernel für das nullte Moment herangezogen werden. Für den Koaleszenzkernel werden mit der Näherungslösung aus Abb. 5.2 etwa 30 % zu hohe Werte bestimmt.



## 5.2 Vergleich berechneter Blasenanzahldichten und Blasendurchmesser mit experimentell bestimmten Werten

Die Anwendbarkeit der in Abschnitt 5.1.1 vorgestellten Momentenmethode wird durch den Vergleich der berechneten Gesamtanzahldichte  $n_{ges}$ , die sich als nulltes statistisches Moment der ADV ergibt, mit gemessenen Werten geprüft. Dabei werden nur Koaleszenz und Zerfall in Betracht gezogen. Die Berechnungen mit der Momentenmethode, d.h. die Lösung der eindimensionalen Momentengleichungen, wurden unter Verwendung der in Tabelle 15 auf Seite 115 dargestellten Gleichungen durchgeführt. Die experimentellen Untersuchungen sind in den Kapiteln 4.3, 4.4 und 4.5 beschrieben.

Zur Lösung der Differentialgleichungen werden folgende Annahmen getroffen:

1. Stationäre Strömungsbedingungen
2. Es findet keine Rückströmung, keine radialen und tangentialen Austauschvorgänge (z.B. durch turbulente Dispersion der Blasen) statt
3. Das System wird auf eine eindimensionale Strömung reduziert.
4. Stoffübergang spielt bei den adiabaten Luft/Wasser-Strömungen keine Rolle.
5. Die Druckänderung wird vernachlässigt, die Luftdichte ist somit unveränderlich.

### 5.2.1 90-mm-Strömungsrohr

Wie die experimentellen Ergebnisse (siehe Kapitel 4.3) gezeigt haben, bilden die untersuchten Rohrströmungen breite Größenverteilungen aus, wobei Koaleszenz- und Zerfallsvorgänge schnell ein zahlenmäßiges Gleichgewicht erreichen. Dies zeigt sich insbesondere bei Mischkammer 1. Es ist also zu prüfen ob dieses Gleichgewicht der Koaleszenz- und Zerfallsraten auch mit der Momentengleichung erreicht werden kann.

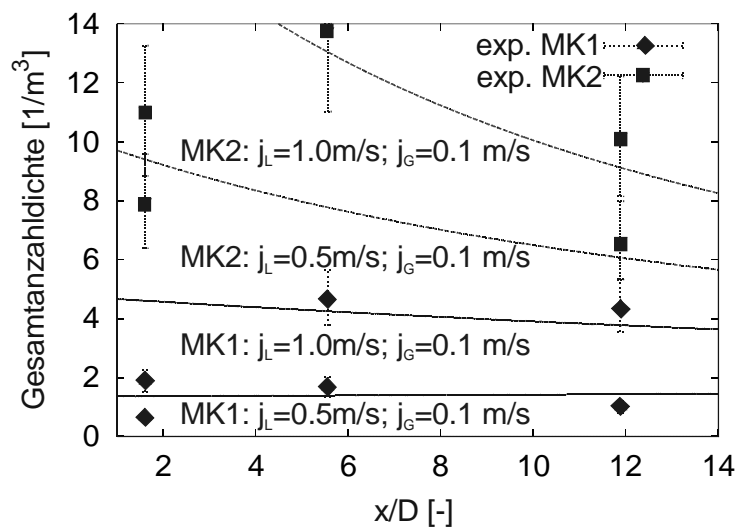
Zur Vereinfachung der Berechnung wird mit einem konstanten querschnittsgemittelten Gasgehalt und Dissipationsrate gerechnet werden, die aus den Messungen an Ebene E4 ermittelt werden. Da die Bedingung einer homogenen Gasgehaltsverteilung im Strömungsrohr in unmittelbarer Gitternähe nicht gegeben ist, ist eine genaue Berechnung der Strömung hier nicht möglich. Hinzu kommen die großen Messfehler in Gitternähe. Die Primärblasengrößenverteilung als Randbedingung wurde folglich nicht aus den Messungen übernommen, sondern so gewählt, dass sich eine bestmöglich Übereinstimmung an den Ebenen E3 und E4 ergibt. Hier sind Turbulenz und Gasgehaltsverteilung annähernd konstant.

Die Berechnung der Gesamtanzahldichte nach Mischkammer 1 zeigt geringe Änderungsraten. Die deutlichste Abweichung zwischen berechneten und gemessenen Werten zeigt sich bei  $j_L = 1.0$  m/s, da hier die höhere Gitterturbulenz nicht berücksichtigt wurde. Teilweise ergeben sich auch im gitterfernen Bereich Abweichungen, insbesondere bei  $j_L = 0.5$  m/s, die größer sind als die Messungenauigkeit. Hier gehen sicherlich Unsicherheiten bzgl. der Randbedingungen für die vereinfachte Lösung mit ein.

Für Mischkammer 2 können im gitterfernen Bereich, also an den Ebenen E3 und E4, gute Übereinstimmungen im Rahmen der Messungenauigkeit erreicht werden. Tendenziell überwiegt hier die Koaleszenz, wodurch die Gesamtanzahldichte leicht abnimmt. Wie bei Misch-

kammer 1 ergeben sich die größten Abweichungen im gitternahen Bereich der höchsten Turbulenz mit  $j_L = 1.0$  m/s.

Obwohl insgesamt die Tendenz der Änderung der Gesamtanzahldichte mit den vereinfachten Momentengleichungen richtig wiedergegeben werden kann, sind die Ergebnisse für eine Validierung noch nicht ausreichend. Durch die hohe Messgenauigkeit sind die gemessenen Änderungsraten nicht signifikant groß genug. Prinzipiell kommt bei allen Messungen mit den hier auftretenden Fehlerbreiten für alle Strömungen theoretisch sowohl eine fallende oder steigende Anzahldichte in Frage. Die Validierung erforderte somit zusätzlich Messdaten mit größeren Änderungsraten bzgl. der Gesamtanzahldichte. Im weiteren werden deshalb auch die Messdaten aus dem 50-mm-Strömungsrohr genutzt. Durch die Verringerung des Rohrdurchmessers können höhere Gasgehalte erreicht werden. Mit Hilfe eines statischen Mischers wurden desweiteren kleinere und damit koaleszenzfreudigere Blasen erzeugt.



**Abb. 5.3 Vergleich zwischen experimentell ermittelter und mit der Momentenmethode berechneter Gesamtanzahldichteentwicklung entlang des 90-mm-Strömungsrohr**

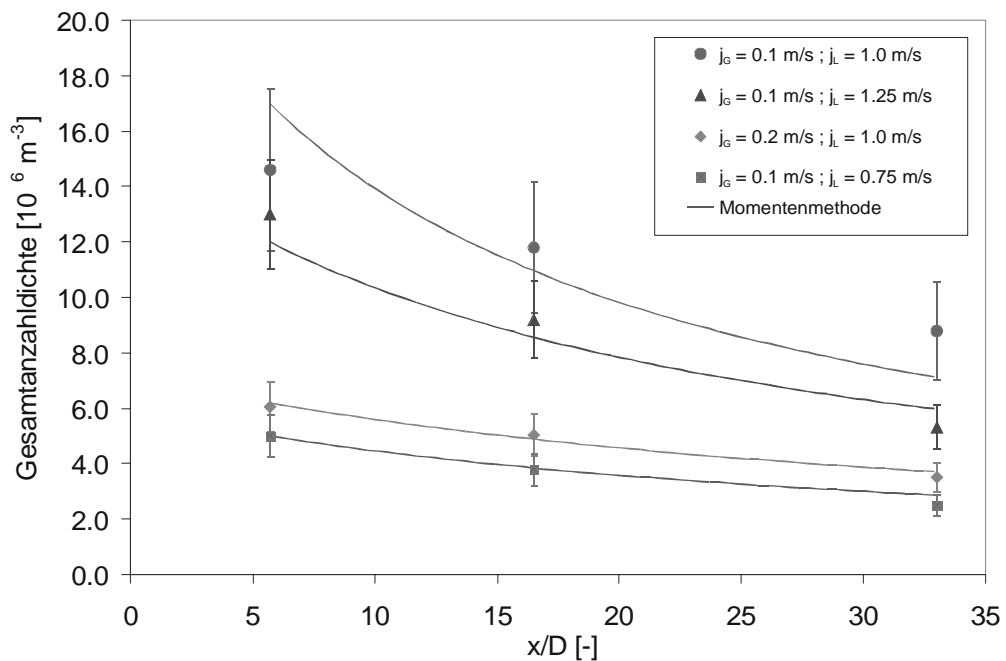
### 5.2.2 50 mm Rohr

Die gemessenen Entwicklungen der querschnittsgemittelten Strömungsparameter im 50-mm-Rohr eignen sich sehr gut für die Validierung der Quellterme in den Momentengleichungen. Die experimentellen Daten sind in Kapitel 4.4 dargestellt. Sie zeigen deutliche Änderungen der Blasengrößen und Blasenanzahldichten.

Die Berechnung der Gesamtanzahldichte wird mit der in Kapitel 5.1.1 beschriebenen Momentenmethode durchgeführt. Der Gasgehalt wurde für die Berechnung über die axiale Lauflänge als konstant angenommen und als Mittelwert aus den gemessenen Gasgehalten, Abb. 4.15, berechnet.

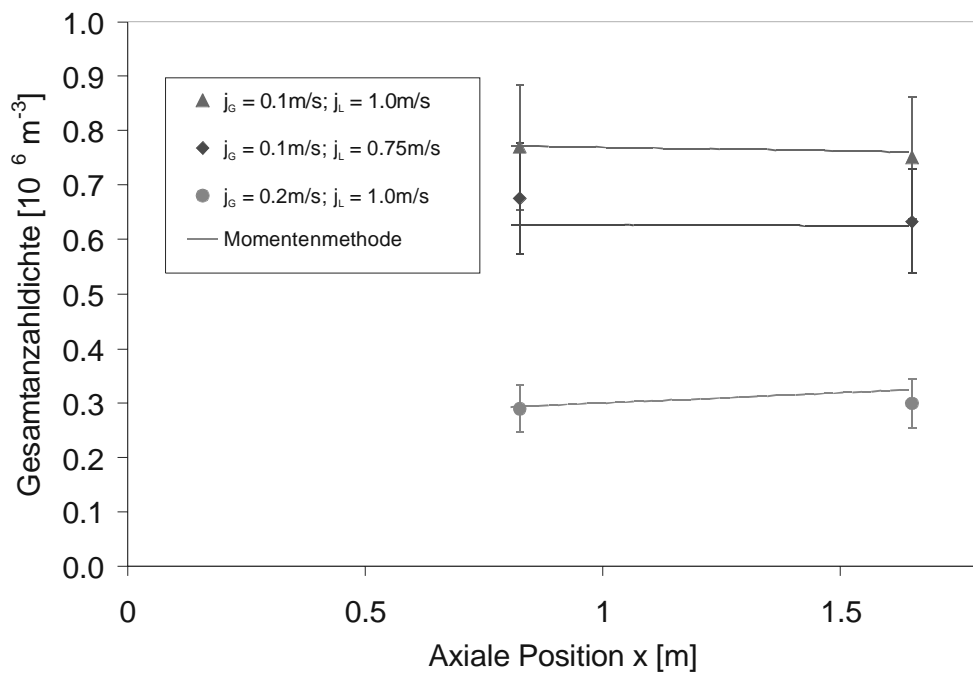
Abb. 5.4 zeigt die axiale Entwicklung der berechneten und gemessenen querschnittsgemittelten Gesamtanzahldichte bei Gitter 3. Dort entstehen durch die hohe Eintrittsturbulenz kleine Blasen und die Gesamtanzahldichte ist dementsprechend hoch. Bei hoher Gasleerrohrgeschwindigkeit von  $j_G = 0.2$  m/s ist der Rückgang der Anzahldichte bei Gitter 3 durch Koaleszenz geringer als bei niedrigem Gasgehalt, da die größeren Blasen eine geringere Koales-

zenzeffizienz aufweisen, was auch durch die Momentengleichungen berechnet wird. Die Abnahme durch Koaleszenz wird durch die Momentenmethode etwas zu stark, aber noch im Rahmen des Messfehlers, vorhergesagt.



**Abb. 5.4** Axiale Entwicklung der Blasenanzahldichte für Gitter 3 im 50-mm-Strömungsrohr: Vergleich zwischen Messung und Rechnung (aus Gnotke et al. [37])

Der Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Gesamtanzahldichten für Gitter 1 ist in Abb. 5.5 dargestellt. Durch die geringere Eintrittsturbulenz und damit breiter Eintrittsblasenverteilung sind Koaleszenz und Zerfall annähernd in einem Gleichgewichtszustand. Bei höheren Gasgehalten ( $j_G = 0.2$  m/s) zeigt sich in den Messwerten bei Gitter 1 eine leichte Zunahme der Anzahldichte durch Zerfall, der durch die Momentenmethode vorhergesagt wird.



**Abb. 5.5** Axiale Entwicklung der Blasenanzahldichte für Gitter 1 im 50-mm-Strömungsrohr: Vergleich zwischen Messung und Rechnung (aus Gnotke et al. [37])

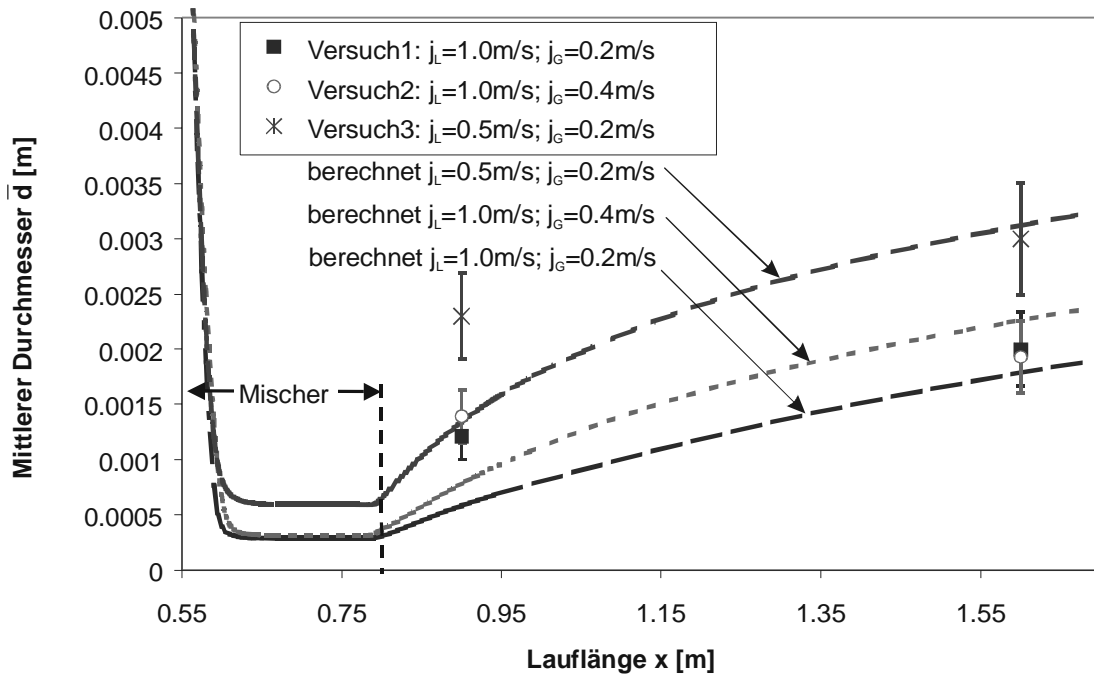
### 5.2.3 Statischer Mischer

Im 50 mm Rohr wurden weiterhin Strömungen mit Gitter 1 und einem statischen Mischer vom Typ Sulzer SMV 50 untersucht. Die hohe Turbulenz im Mischer führt zu einer hohen Zerfallsrate. Nach dem Mischer sinkt die turbulente Dissipation stark ab und durch Koaleszenz steigt die mittlere Blasengröße wieder an. Als Vergleichsgröße wird der Sauterdurchmesser verwendet, da hieraus leicht für verfahrenstechnische Fragestellungen die Stoffübergangsfläche bestimmt werden kann. Bislang wird der Sauterdurchmesser durch empirische Korrelationen (Streiff et al. [111]) bestimmt, die jedoch nicht die Koaleszenz nach dem Mischer berücksichtigen können.

#### 5.2.3.1 Vergleich der gemessenen und berechneten Entwicklung der mittleren Durchmesser

Innerhalb des Mischers wurde der veränderliche mittlere Blasendurchmesser mit Hilfe der Momentenmethode unter Berücksichtigung von Koaleszenz und Zerfall berechnet. Es zeigt sich eine schnelle und deutliche Abnahme des Blasendurchmessers. 10 cm nach Beginn des Mischers bleibt dieser dann fast konstant. Dieser konstante Endwert ist praktisch unabhängig vom Startwert am Eintritt in den Mischer. Der Vergleich zwischen Messdaten und Berechnung zeigt direkt nach dem Mischer deutlich zu niedrig berechnete Werte (siehe Abb. 5.6). Die berechneten Werte liegen bis zu 30% niedriger als die gemessenen. Ein Grund für die Abweichung ist die -nur aus dem Druckverlust abgeschätzte- mittlere Dissipationsrate im Mischer, da die komplexe Strömungsstruktur im Mischer auf diese Weise mit einem eindimensionalen Modell nicht erfasst werden kann. Bei  $j_L = 0,5 \text{ m/s}$  kommt es zur Pfropfenströmung, d. h. es bilden sich Großblasen aus. Hierfür sind die gemachten Modellannahmen, insbesondere die einer Gamma-Verteilung, nicht mehr gültig. Ein Gasgehalt von 20 % sollte deshalb als Anwendungsgrenze für das hier vorgestellte Modell gelten.

Der Anstieg des mittleren Durchmessers durch Koaleszenz nach dem Mischer kann gut wiedergegeben werden. Die berechneten Werte bei  $x=1.6\text{ m}$  stimmen im Rahmen des Messfehlers mit den Messwerten überein.



**Abb. 5.6 Vergleich zwischen mit der Momentenmethode berechneten und gemessenen mittleren Durchmessern in einer Rohrströmung mit statischem Mischer Sulzer SMV 50**

Nach Streiff [111] kann der entstehende mittlere Blasendurchmesser über eine empirische Korrelation berechnet werden. Hierüber kann bislang aber nicht der Einfluss der Koaleszenz auf die Entwicklung der Blasengröße nach dem Mischer berücksichtigt werden, so dass die durchgeführten Messungen neue Erkenntnisse zur Bestimmung der Koaleszenzrate liefern können.

$$d_s / D_h = 0.21 We_{Dh}^{-0.5} Re_{Dh}^{0.15} \quad (5.20)$$

Die hiermit berechneten Sauter-Durchmesser direkt nach dem Mischer betragen 0.52 mm für eine Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeit  $j_L = 1.0\text{ m/s}$  und 0.91 mm für  $j_L = 0.5\text{ m/s}$ . Diese Werte liegen etwa 30 % über den oben mit den Momentengleichungen bestimmten Werten. Wie schon im Vergleich mit den experimentellen Werten zeigt sich hierbei, dass die Abschätzung der Dissipationsrate allein über den Druckverlust nicht ausreicht.

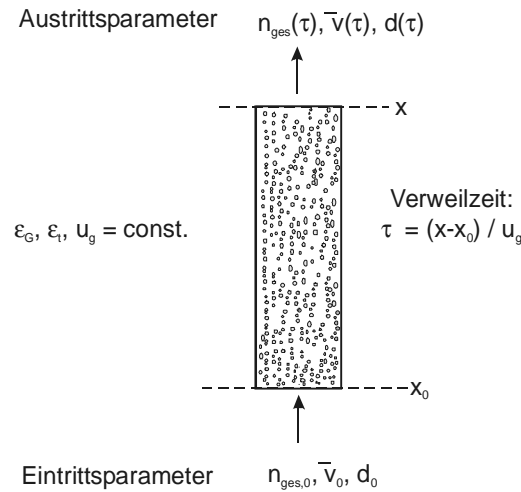
### 5.3 Analytische Lösung der eindimensionalen Erhaltungsgleichung für die Gesamtanzahldichte

Für Auslegungs- und Vorausberechnungen von Apparaten mit Gas-Flüssigkeits-Strömungen kann ein einfaches Modell zur schnellen Bestimmung der Koaleszenz- und Zerfallsraten sehr nützlich sein. Als Voraussetzung für eine analytische Lösung muss eine schmale Blasengrößenverteilung angenommen werden, damit sie durch einen mittleren Durchmesser ausrei-

chend charakterisiert werden kann. Die Abbildung 5.7 zeigt die Modellannahmen und Randbedingungen für einen Abschnitt eines Strömungsrohres. Die Strömung tritt mit der Eintrittsblasenpopulation in das Kontrollvolumen ein. Der Gasgehalt  $\varepsilon_G$ , die mittlere Gasgeschwindigkeit  $\bar{u}_G$  und die Flüssigkeitsturbulenz, hier charakterisiert durch die turbulente Dissoziationsrate  $\varepsilon_t$ , werden im Kontrollvolumen als konstant angenommen. Das mittlere Austrittsblasenvolumen nach der Verweilzeit  $\tau$  im System ergibt sich aus dem Koaleszenz- und Zerfallsmodell. Druckänderungen oder Stoffübergang sind nicht berücksichtigt. Die zugrunde liegende eindimensionale Erhaltungsgleichung, die sich aus der Querschnittsmittelung der dreidimensionalen Gleichung ergibt, hat folgende Form:

$$\frac{dn_{ges}}{dt} = Y_0 n_{ges}^2 + \Omega_0 n_{ges} \quad (5.21)$$

Alle in den Modellen verwendeten Größen ( $n_{ges}, \varepsilon_G, \bar{u}_G, \varepsilon_t$ ) stellen somit querschnittsgemittelte Größen dar.



**Abb. 5.7 Annahmen für das Koaleszenz- und Zerfallsmodell in einem Kontrollvolumen**

Wenn Koaleszenz- und Zerfallskernel im gesamten Kontrollvolumen als konstant angenommen werden ( $Y_0, \Omega_0$ ), gibt es eine analytische Lösung der Erhaltungsgleichung (5.21). Diese Annahme ist nur für kleine Änderungen des mittleren Durchmessers im Kontrollvolumen gültig, da die Kernel Funktionen des Blasendurchmessers sind. Deshalb muss bei größeren Änderungen schrittweise gerechnet werden, d.h. die Ortschaftweite  $\Delta x$  bzw. die Verweilzeit  $\tau$  muss entsprechend klein gewählt werden. Die Veränderung der Blasenanzahldichte in einer Rohrströmung wird als Funktion der Verweilzeit  $\tau$  ausgedrückt, womit sich folgender Zusammenhang ergibt:

$$\frac{n_{ges}(\tau)}{n_{ges,0}} = \frac{\Omega_0 \exp(\Omega_0 \tau)}{Y_0 n_{ges,0} [1 - \exp(\Omega_0 \tau)] + \Omega_0} \quad (5.22)$$

## 5.4 Diskussion der Momentenmethode

Abschliessend sollen die festgestellten Vor- und Nachteile der Momentenmethode gegenüber der genauen Lösung der Populationsbilanz kritisch aufgezählt werden. Als deutlicher Vorteil der Momentenmethode kann der geringe rechnerische Aufwand geltend gemacht werden, da keine numerische Berechnung von Integralen notwendig ist. Dies ermöglicht auch die Implementierung in umfangreichere Strömungsberechnungen (CFD). Für technische Anwendungen reichen häufig ohnehin nur gemittelte Kenngrößen der Blasengrößenverteilung, da diese messtechnisch nicht ermittelt werden kann. Wie die Validierung gezeigt hat, kann die gemessene Gesamtanzahldichte als nulltes statistisches Moment der ADV für die untersuchten Versuchskonfigurationen im Rahmen der Fehlergenauigkeit wiedergegeben werden.

Als nachteilig muss für die Momentenmethode angesehen werden, dass eine analytische Verteilungsfunktion a-priori festzulegen ist. Dadurch können beispielsweise mit der hier verwendeten Gamma-Verteilung keine multimodalen Verteilungen beschrieben werden. Durch die hier gemachten Vereinfachungen bei der Berechnung der Koaleszenz- und Zerfallskernel sinkt die Genauigkeit der Berechnungen mit steigender Breite der Verteilung. Als Anwendungsgrenze sollte auf Basis der hier gemachten experimentellen Untersuchungen ein Verhältnis von Standardabweichung zu mittlerem Durchmesser von 0.5 gesetzt werden. Als weitere Einschränkung ist die Blasenform zu sehen, da bislang nur ellipsoide Blasen berücksichtigt werden können. Die Form stark deformierter Blasen, beispielsweise bei hoher Turbulenz, kann nicht berücksichtigt werden.

## 5.5 Überprüfung von Korrelationen zur Berechnung der Primärblasengröße

Zur Bestimmung der Primärblasengröße, die als Randbedingung in die Momentengleichungen eingehen kann werden zunächst zwei in Frage kommende Modelle detaillierter betrachtet: Das Modell nach Chuang und Goldschmidt [20] und ein auf den Überlegungen von van Krevelen und Hoftijzer [66] basierendes Modell, welches für überlagerte Flüssigkeitsströmungen erweitert wurde. Zur Validierung werden die Daten aus Kapitel 4.1 verwendet.

### 5.5.1 Bewegungsgleichung nach Chuang und Goldschmidt

Das Modell von Chuang und Goldschmidt stellt eine Bewegungsgleichung der Blase unter dem Einfluss von Trägheit, Auftrieb, Widerstand und Oberflächenspannungskraft während des Ablösevorgangs dar. Für die Berechnung des Ablösedurchmessers und damit der Primärblasengröße wird angenommen, dass eine Blase sich vom Gasschlauch löst, wenn ihr Abstand von der Düse  $d_B/2$  beträgt. Das bedeutet, dass sich aufeinander gebildete Blasen gerade berühren. Die Bewegungsgleichung wird diskretisiert ( $d/dt$  wird durch  $\Delta/\Delta t$  angenähert) und zeitschrittweise berechnet, bis die Ablösebedingung erfüllt ist.

$$\frac{1}{2} \rho_L \frac{d}{dt} \left( v_B \frac{ds}{dt} \right) = \frac{1}{6} \pi g \rho_L d_B^3 + C_D \left( \frac{\pi (d_B^2 - d_i^2)}{4} \right) \frac{\rho_L \bar{u}_{rel}^2}{2} - \pi d_i \sigma \quad (5.23)$$

### 5.5.2 *Erweiterte Berechnungsvorschrift nach van Krevelen und Hoftijzer*

Nach den Überlegungen von Krevelen und Hoftijzer ist die Bedingung für das Strahlgasen, dass sich aufeinanderfolgende Blasen berühren. Hieraus leitet sich eine kritische Blasenbildungsfrequenz ab, wie sie auch für die Bestimmung der kritischen Weber-Zahl für das Strahlgasen verwendet wird (siehe Gleichung (4.3)). Aus dieser Bedingung kann bei gegebenem Gasvolumenstrom die Blasengröße berechnet werden. Die Blasengeschwindigkeit wird als Summe aus Flüssigkeitgeschwindigkeit und stationärer Blasenauftiegs geschwindigkeit bestimmt. Dieses stellt eine Erweiterung des ursprünglichen Modells dar, welches nur für ruhende Flüssigkeiten gilt. Die Flüssigkeitgeschwindigkeit wird abgeschätzt aus der gemessenen Leerrohrgeschwindigkeit. Die Geschwindigkeit in der Rohrmitte in einer turbulenten einphasigen Rohrströmung wird mit dem 1.2-fachen der Leerrohrgeschwindigkeit abgeschätzt.

$$d_B = \sqrt{\frac{6\dot{V}_G}{\pi(\bar{u}_{rel} + \bar{u}_L)}} \quad (5.24)$$

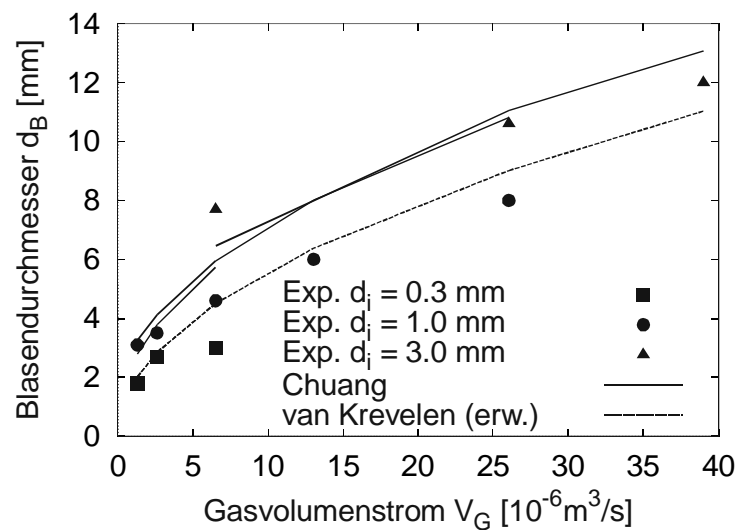
### 5.5.3 *Vergleich von gemessenen mit berechneten Primärblasengrößen*

Für die verschiedenen Eindüseverhältnisse werden gemessene und mit den Modellen berechnete Primärblasengrößen verglichen.

#### 5.5.3.1 *Variation des Röhrchendurchmessers*

Die Beobachtung, dass sich bei gleichem Gasvolumenstrom beim Blasengasen bei unterschiedlichen Röhrchendurchmessern verschiedene Blasengrößen einstellen, widerspricht zunächst einfachen Modellbetrachtungen nach Mersmann [88], Davidson und Schüler [26], wonach im Bereich des Blasen- und Strahlgases der Einfluss des Röhrchendurchmessers abnehmen sollte. Nur im Bereich der Einzelblasenbildung ( $We_D \ll 1$ ) hat der Rohrdurchmesser entscheidenden Einfluss, da hier die Oberflächenspannungskraft der Blasenablösung entgegen wirkt. Die Vorgehensweise nach Chuang berücksichtigt den Durchmesser des Eindüseröhrchens im Oberflächenspannungsanteil der Bewegungsgleichung. Wie in Abb. 5.8 zu sehen, ist der Einfluss auf das Ergebnis aber gering. Mit dem Modell nach van Krevelen werden ähnliche Ergebnisse erhalten. Der mit diesem Modell bestimmte Kurvenverlauf ist fast nur um einen konstanten Durchmesser-Betrag verschoben. Das Modell nach Chuang zeigt beim Röhrchendurchmesser von 3 mm die beste Übereinstimmung, also im Bereich kleiner Weberzahlen, da hier der Einfluss der Oberflächenspannung größer ist als im Strahlgasenbereich. Wie schon in Kapitel 4.1.1 diskutiert, ist der Einfluss des Röhrchendurchmessers bei größeren Weberzahlen durch das Auftreten des sekundären Strahlzerfalls ebenfalls von Bedeutung. Dieser kann aber mit den einfachen hier untersuchten Modellen nicht dargestellt werden. Eine Möglichkeit zur Berechnung des sekundären Strahlzerfalls mit den Momentengleichungen und einer feinen Diskretisierung des turbulenten Strömungsfeldes im Nahbereich der Düse ist in Kapitel 6.1 dargestellt.



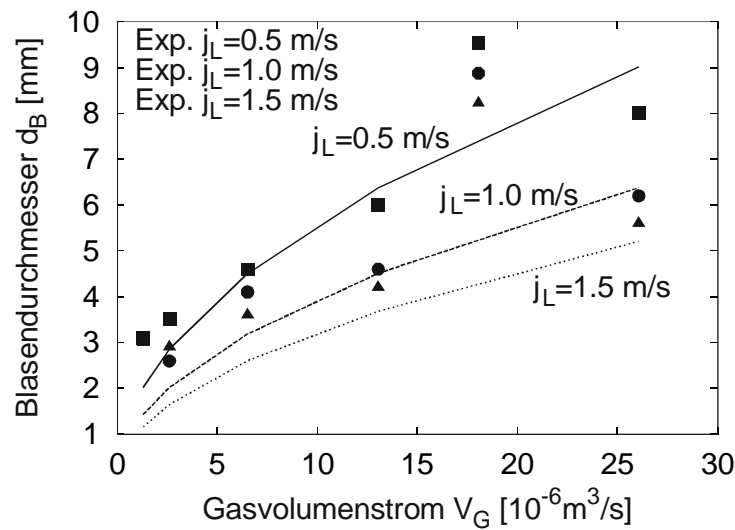


**Abb. 5.8** Vergleich zwischen gemessenen und mit dem Modell nach Chuang, Gleichung (5.23), und dem erweiterten Modell nach van Krevelen, Gleichung (5.24), berechneten Primärblasendurchmessern bei verschiedenen Röhrchendurchmessern;  $j_L = 0.5 \text{ m/s}$  (Gleichströmung)

Da das Modell nach Chuang nur im hier nicht näher zu betrachtenden Einzelblasenbildungsbereich, insbesondere beim Röhrchendurchmesser von 3 mm, die besseren Ergebnisse liefert, wird im weiteren nur die Methode nach van Krevelen untersucht. Die Kurvenverläufe beider Modelle sind zudem annähernd parallel, was darauf hindeutet, dass durch die Einführung eines Korrekturfaktors, der die Ungenauigkeit des Modells nach van Krevelen berücksichtigt, beide Kurvenverläufe zur Deckung gebracht werden könnten. Der geringere Rechenaufwand zur Lösung führte dann zur Entscheidung, das Modell nach van Krevelen zu verwenden.

#### 5.5.3.2 Variation der Flüssigkeitsgeschwindigkeit

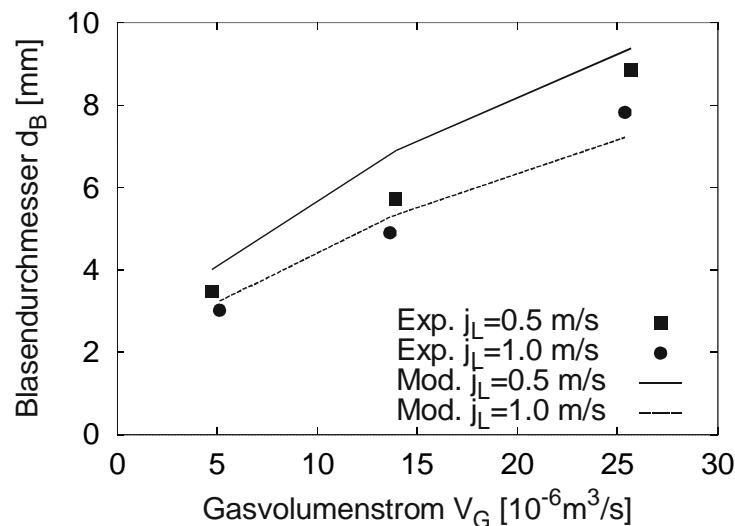
Mit dem Modell nach Krevelen kann der Einfluss der überlagerten Flüssigkeitsgeschwindigkeit gut berücksichtigt werden. Die größten Abweichungen ergeben sich im Bereich kleiner Gasvolumenströme.



**Abb. 5.9** Vergleich zwischen experimentellen und mit erweitertem Modell nach van Krevelen, Gleichung (5.24), berechneten Blasendurchmessern für verschiedene Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeiten (Gleichströmung);  $d_i = 1\text{ mm}$

#### 5.5.3.3 Variation der Eindüsegeometrie

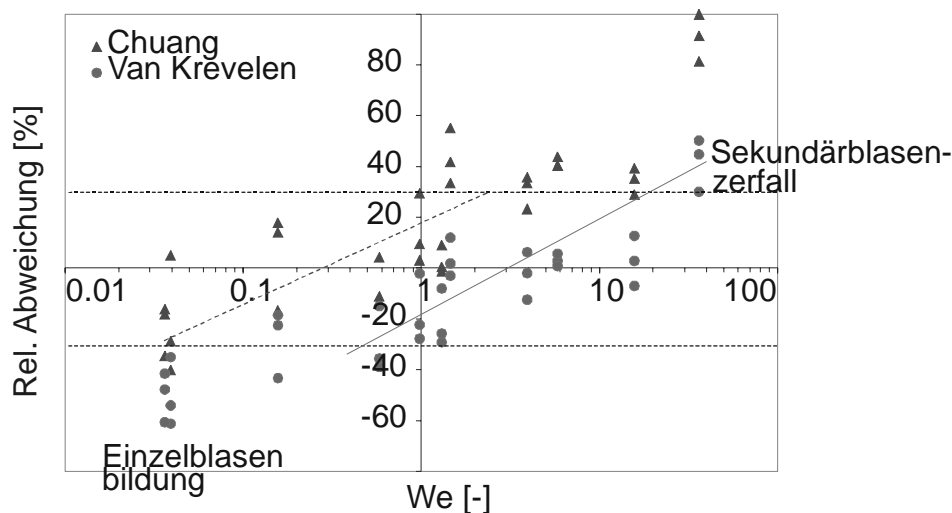
Schwierigkeit bei der Anwendung der Modelle macht insbesondere die Wahl der überlagerten Flüssigkeitsgeschwindigkeit bei Queranströmung. Da in Wandnähe ein großer Geschwindigkeitsgradient vorliegt, kann nur ein Mittelwert vorgegeben werden. Zur Berechnung wurde vereinfacht die Leerrohrgeschwindigkeit als charakteristische überlagerte Flüssigkeitsgeschwindigkeit angenommen, womit sich akzeptable Abweichungen von kleiner als 20 % ergeben.



**Abb. 5.10** Vergleich zwischen gemessenen und mit erweitertem Modell nach van Krevelen, Gleichung (5.24), berechneten Blasendurchmessern für verschiedene Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeiten (Querströmung);  $d_i = 1\text{ mm}$

#### 5.5.3.4 Fehlerbetrachtung

Abb. 5.11 zeigt die relativen Fehler der untersuchten Modelle als Funktion der Weber-Zahl. Die größten Abweichungen zeigen sich im Bereich von Weber-Zahlen kleiner 0.2 und größer 20. Bei kleinen Weberzahlen findet Einzelblasenbildung statt, was die Modelle, welche für Strahlgasen entwickelt wurden, nicht richtig wiedergeben können. Bei großen Weberzahlen findet der sekundäre Strahlzerfall statt, wodurch die mittlere Blasengröße mit den Modellen als zu groß berechnet wird. Weitere Gründe für Modellabweichungen sind beim Modell von Chuang die verwendeten Konstanten für die Modellierung der Widerstands- und virtuellen Massenkraft. Bei beiden Modellen ist außerdem die Kenntnis der überlagerten Flüssigkeitsströmung wichtig für die Genauigkeitsermittlung der Ergebnisse, wie die Untersuchungen bei Variation der Eindüsegeometrie gezeigt haben.



**Abb. 5.11 Relative Abweichungen (Modellwert - Experimenteller Wert) in Prozent als Funktion der Weber-Zahl für die Korrelationen nach Chuang und van Krevelen**

Der Anwendungsbereich des erweiterten Modells nach van Krevelen, für den sich ein relativer Fehler kleiner als 30 % ergibt, liegt in einem Bereich  $0.2 < We_D < 20$ .

Die so ermittelten Primärblasengrößen können als Randwerte für die Lösung der Populationsbilanz oder der Momentengleichungen verwendet werden. Durch die Überlagerung der Flüssigkeitsturbulenz ist anzunehmen, dass keine monodisperse Primärblasengrößenverteilung vorliegt. Da die überlagerte Flüssigkeitgeschwindigkeit einen Einfluß auf die Blasengröße hat, kann in erster Näherung der Turbulenzgrad der Flüssigkeit als Maß für die relative Standardabweichung der Primärblasengröße angenommen werden.



## 6 Anwendungsbeispiele

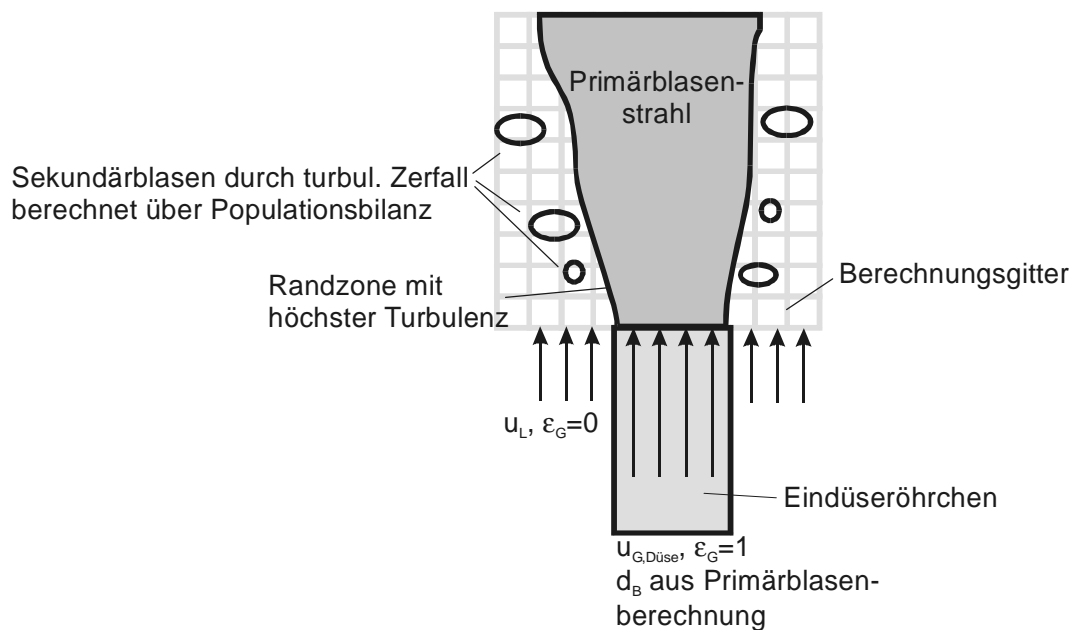
Anhand einiger Anwendungsbeispiele soll gezeigt werden, welche Möglichkeiten die Momentengleichungen bei der genauen Beschreibung von Gas-Flüssigkeitsströmungen liefern können. Untersucht wird die Implementierung der Momentengleichungen in einen CFD-Code zur Berechnung der Blasengrößenverteilung in wässrigen Lösungen mit oberflächenaktiven Substanzen und die Verwendung einer analytischen Lösung der Erhaltungsgleichung der Anzahldichte für die einfache Abschätzung der Koaleszenz- und Zerfallsraten. Schwerpunkt dieses Abschnittes ist nicht die genaue quantitative Beschreibung, sondern nur ein kurzer Abriss der Möglichkeiten der Momentenmethode. Aus diesem Grund sind nicht immer alle Randbedingungen zu den durchgeführten Berechnungen aufgeführt. Diese Beispiele sollen insbesondere einen Ausblick auf mögliche detailliertere Untersuchungen als Folgearbeiten bieten.

### 6.1 Betrachtung des sekundären Strahlzerfalls durch numerische Berechnung des Düsennahbereichs

Wie die experimentellen Untersuchungen zeigen, kommt es bei großer Eindüsegeschwindigkeit im Nahbereich der Eindüsung zum sekundären Strahlzerfall der Primärblasen. Dieser kann mit den in dieser Arbeit entwickelten Modellen für die Primärblasenbildung (siehe Kapitel 5.5.2) nur unzureichend vorhergesagt werden. Die vorgestellte Momentenmethode bietet die Möglichkeit, den Zerfall der Primärblasen durch turbulente Scherkräfte nach der Ablösung von der Düse zu berechnen. Hierzu ist die genaue Kenntnis des turbulenten Strömungsfeldes im Düsennahbereichs erforderlich. Zur Berechnung dieses Strömungsfeldes können CFD-Solver genutzt werden. Die Machbarkeit der Implementierung der Momentenmethode in den CFD-Code Fluent 6.0 soll am Beispiel der Gaseindüsung betrachtet werden. Da hier keine detaillierten Messergebnisse vorliegen, kann ein Vergleich mit den Berechnungsergebnissen nicht durchgeführt werden. Theoretisch untersucht wird die Eindüsung über ein Röhrchen von 3 mm Innendurchmesser. Es befindet sich zentral in einem Kanal mit einer Wasserströmung von 0.5 m/s Geschwindigkeit.

#### 6.1.1 Randbedingungen der numerischen Berechnung

Der Übergang zum Strahlgasen, ab dem auch der sekundäre Strahlzerfall in nennenswerter Größenordnung stattfindet, wird gemäß den Ausführungen in Kapitel 4.1.2.1 bestimmt. Bei einem Düsendurchmesser von 3 mm ergibt sich eine Eintrittsgeschwindigkeit von 8.3 m/s. Daraus resultiert mit Gleichung (5.24) eine Primärblasengröße von 7.9 mm, aus der die Anzahldichte als Randbedingung bestimmt wird.

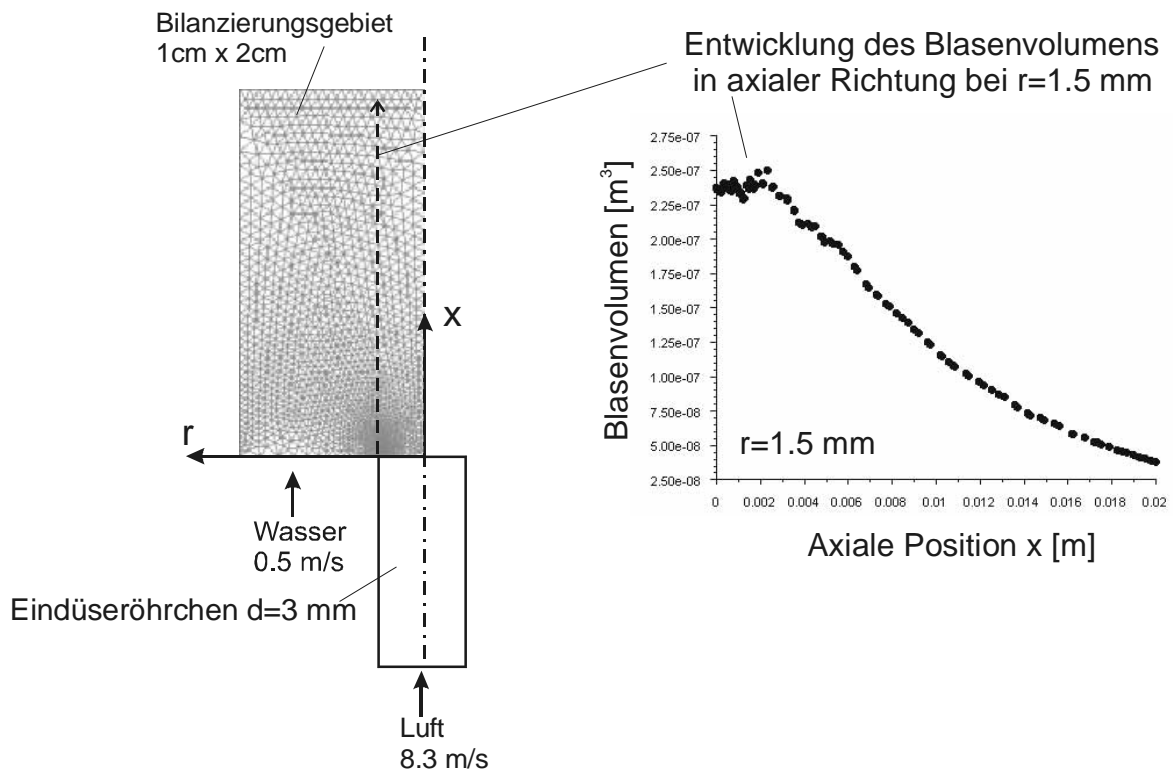


**Abb. 6.1 Berechnung des sekundären Strahlzerfalls stromabwärts einer Düse**

Folgende Vereinfachungen werden bei der Berechnung getroffen:

1. Stationäre Strömung, 2D-Geometrie, rotationssymmetrisch
2. Die scherinduzierte Turbulenz wird mit dem Standard- $k,\epsilon$ -Modell, blaseninduzierte Turbulenz nicht berücksichtigt.
3. Die turbulente Dispersion der Blasen wird durch eine konstante vorgegebene Driftgeschwindigkeit quer zur Strömungsrichtung vorgegeben.
4. Als Solver für die Erhaltungsgleichungen wird das Drift-Flux-Modell in Fluent 6.0 eingesetzt.
5. Nur eine Momentengleichung für die Gesamtanzahldichte (Nulltes Moment) wird zusätzlich zu den von Fluent standardmäßig gelösten Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls gelöst.
6. Das zweite Moment der Anzahldichteverteilung wird als im gesamten Berechnungsgebiet als konstant angenommen und aus den Eintrittsbedingungen berechnet.
7. Die vereinfachten Quellterme für Koaleszenz und Zerfall werden gemäß Kapitel 5.1.4.1 und Kapitel 5.1.4.2 bestimmt, Druck und Stoffübergang werden nicht berücksichtigt.

Das Nahgebiet der Düse wird unstrukturiert diskretisiert, wobei eine Gitterverfeinerung besonders am Übergang vom Rohraustritt zur freien Flüssigkeitsströmung notwendig ist, da hier die größten Geschwindigkeitsgradienten auftreten. Das Gitter ist in Abb. 6.2 dargestellt.



**Abb. 6.2 Bilanzierungsgebiet der Fluent-Simulation und Entwicklung des mittleren Blasenvolumens in axialer Richtung durch Zerfall**

### 6.1.2 Ergebnisse

Als Ergebnis der numerischen Berechnung wird eine deutliche Abnahme des mittleren Blasenvolumens in axialer Richtung entlang des Gasstrahlrandes erreicht. Weitere, detailliertere Ergebnisse der Simulationsrechnung sind im Anhang, Abb. 9.11, zu finden. Die Ergebnisse zeigen, daß die Geschwindigkeit und der Gasgehalt aufgrund der Strahlaufweitung kontinuierlich in Strömungsrichtung abnehmen. In der Berechnung wird dies durch die vorgegebene Driftströmung quer zur Hauptströmungsrichtung bewirkt, welche die turbulente Dispersion und die Liftkräfte modellmäßig abbildet. Im Bereich hoher Strömungsgradienten weist auch die turbulente Dissipationsrate maximale Werte auf, also insbesondere am Rand des Gasstrahls. Dieses begünstigt den turbulenzinduzierten Zerfall, was an dem steigenden Wert des Zerfallskernels zu sehen ist. Folgerichtig steigt die Anzahldichte am Rand des Gasstrahls an, das mittlere Blasenvolumen nimmt ab. Am Austritt aus dem Bilanzierungsgebiet beträgt die mittlere Blasengröße am Rand des Gasstrahls etwa 4.6 mm. Es findet also bereits ein sekundärer Strahlzerfall statt. Die vereinfachte Momentenmethode, gekoppelt mit einem CFD-Programm, ist also geeignet um diese Vorgänge physikalisch plausibel abzubilden. Es ist damit möglich, nach umfassenderer Validierung der Methode, genauere Vorhersagen über die Blasengröße im Nahbereich der Düse beim Strahlgasen zu treffen. Es ist allerdings eine feine Diskretisierung des Bilanzierungsgebietes notwendig, wodurch der Rechenaufwand ansteigt. Weiterhin ist eine genaue Überprüfung der Modellrechnung mit detaillierten Messdaten notwendig, was momentan noch Schwierigkeiten bereitet, da der Gasgehalt im Düsenbereich sehr hoch ist und somit optische Verfahren nur bedingt einsetzbar sind. Auch intrusive Sonde, wie faseroptische Sonden zur Bestimmung der Blasengrößenverteilung,

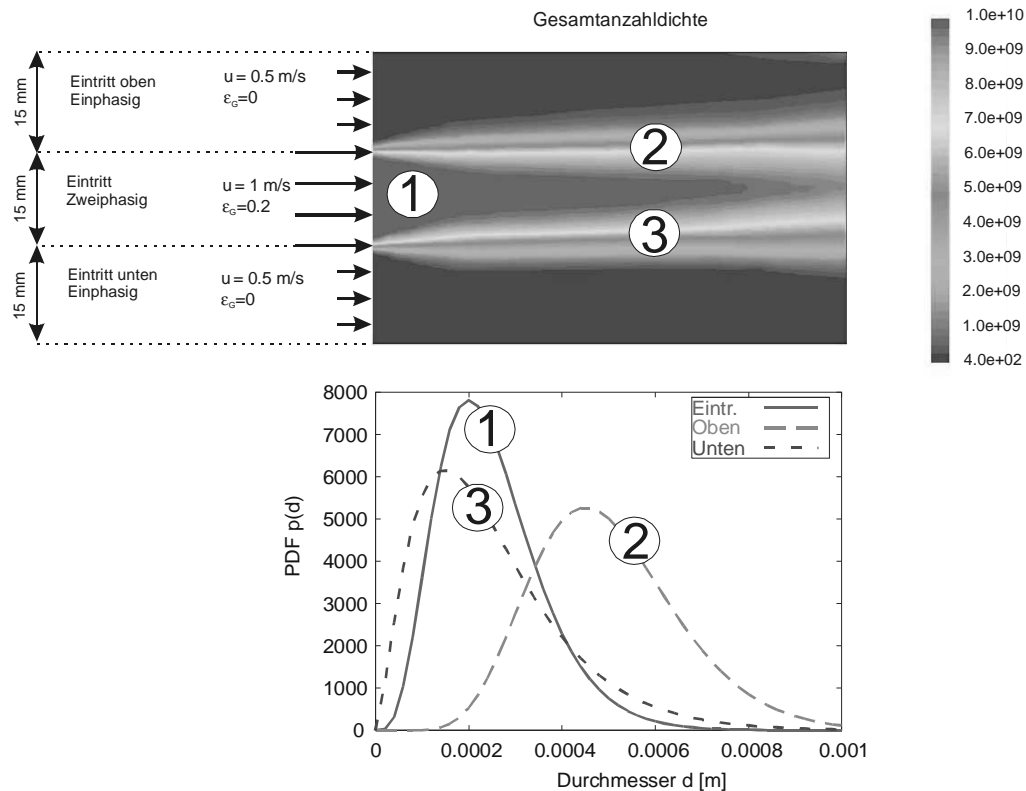
weisen in Bereichen hoher Turbulenz, wie in den bisherigen Untersuchungen festgestellt wurde, große Messfehler auf (siehe Kapitel 3.6.3.2) und werden somit nicht für eine genaue Validierung der numerischen Ergebnisse eingesetzt .

## **6.2 Änderung der lokalen Blasengrößenverteilung durch unterschiedliche Blasenauftiegeschwindigkeit verschieden großer Blasen**

Betrachtet man Einzelblasen, so haben verschieden große Blasen aufgrund ihrer Form und ihres Auftriebs unterschiedliche Aufstiegsgeschwindigkeiten in ruhender Flüssigkeit (siehe Kapitel 2.4.4). Bei einem Blasenschwarm, der eine bestimmte Ausgangs-Blasengrößenverteilung aufweist und in ruhender Flüssigkeit aufsteigt, so kommt es zu einer räumlichen Klassierung, also einer Änderung der lokal vorliegenden Blasengrößenverteilung. Bei der Momentenmethode zur Lösung der Populationsbilanz werden diese unterschiedlichen Blasenauftiegeschwindigkeiten durch die Momentengeschwindigkeiten berücksichtigt (siehe Kapitel 5.1.5). Hier soll geprüft werden, ob die Klassierung einer Blasengrößenverteilung mit diesen Momentengeschwindigkeiten vorherbestimmt werden kann.

Als Beispiel wird eine horizontale Kanalströmung in einem Kanal von 90 mm Höhe betrachtet, in die ein Gas-Flüssigkeitsstrahl mit einer gegebenen Blasengrößenverteilung (Pos. 1) horizontal eintritt. Die Berechnung erfolgt zweidimensional, es wird somit unendliche Ausdehnung horizontal zur Bildebene angenommen. Die Strömungsgrößen sind jeweils homogen am Eintritt innerhalb der gekennzeichneten Eintrittsbereiche. Koaleszenz und Zerfall werden in diesem Beispiel vernachlässigt, so dass eine Änderung der Blasengrößenverteilung nur durch die Klassierung bewirkt werden kann. Ergebnisse sind in Abb. 6.3 dargestellt.





**Abb. 6.3 Berechnung mit Momentenmethode implementiert über „user-defined scalars“ in Fluent 6.0. Oben dargestellt ist die räumliche Verteilung der Gesamtanzahldichte, unten die berechneten Verteilungen an den Positionen 1,2 und 3.**

Die Momentengleichungen für das nullte und zweite Moment werden über das „User-Defined Scalar Transport Modeling“ mit dem Drift-Flux-Modell von Fluent 6.0 gekoppelt. Der Solver berechnet dann das Strömungsfeld unter Berücksichtigung der veränderlichen Blasengrößenverteilung. Im oberen Bereich des Gasstrahls (Pos. 2) kommt es zu einer Akkumulation der größeren Blasen und damit zu einer Verschiebung der Blasengrößenverteilung gegenüber der Eintrittsverteilung nach rechts. Dies ist auch physikalisch plausibel, da die großen Blasen schneller aufsteigen als kleine. Im unteren Bereich des Gasstrahls kommt es analog zu einer Verschiebung der Blasengrößenverteilung nach links zu kleineren Blasengrößen (Pos. 3). Eine Veränderung der lokalen Blasengrößenverteilung durch Transportvorgänge kann somit auch mit der Momentenmethode vorhergesagt werden.

### 6.3 Untersuchung zum Einfluss von Natriumsulfat und eines Tensids auf die Blasengrößenverteilung in einem Strömungsrohr

Wie im Stand der Forschung dargestellt, haben die Stoffeigenschaften der flüssigen Phase und der Zusatz von oberflächenaktiven Substanzen Einfluss auf die Koaleszenz- und Zerfallsneigung des Gas-Flüssigkeits-Systems.

Es wurde ein einfacher Versuch durchgeführt, um die auftretenden Effekte zu beobachten. Der Versuchsaufbau besteht aus einer 1.6 m langen Rohrstrecke mit 50 mm Durchmesser, in die am Fuß der Anlage über 5 Nadeldüsen mit 0.3 mm Innendurchmesser Luft eingedüst wird. Damit sich die entstehenden Blasen schnell über dem Rohrquerschnitt verteilen, ist ein

statisches Mischelement (Sulzer SMV50) unmittelbar darüber angebracht. Ein Foto des Versuchsaufbaus ist im Anhang, Abb. 9.12, abgebildet.

Die Strömung wird über die Gemischdichtedifferenz zwischen Steig- und Fallrohr angetrieben (Prinzip des Naturumlaufs). Der Aufbau erlaubt die Zugabe von Additiven, denn nach den Versuchen ist die Anordnung mit 12 l Fassungsvermögen leicht zu entleeren und zu reinigen.

Abb. 9.13 im Anhang zeigt die entstehenden Strömungsformen bei einer Gasleerrohrgeschwindigkeit von  $j_G = 0.2$  m/s. Die Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeit stellt sich gemäß dem Gasgehalt ein und beträgt, bestimmt mit einem Turbinenrad-Durchflussmesser (Küppers), 0.2 m/s. Als Additive werden Natriumsulfat und ein Tensid (Tween 20, ein Polyoxyethylensorbitan-Monolaurat) eingesetzt. Natriumsulfat (Chem. Formel  $Na_2SO_4$ , Molgewicht 142.04 g/mol, verwendete Lösungskonzentration  $c = 0.4$  mol/l) behindert nach Drogaris die Koaleszenz, es ergibt sich bei annähernd gegenüber reinem Wasser unveränderter Oberflächenspannung von  $\sigma = 74$  mN/m eine typische Koaleszenzzeit von 20 Sekunden [28]. Das Tensid Tween 20 (Molgewicht etwa 1200 g/mol, verwendete Lösungskonzentration  $c = 1.2 \cdot 10^{-5}$  mol/l) verhindert die Koaleszenz durch die chemische Struktur seiner Moleküle praktisch vollständig ( $t_{koal} > 100$  s), die sich einstellende statische Oberflächenspannung beträgt nach Drogaris etwa  $\sigma = 40$  mN/m, ist also deutlich niedriger als die von Wasser. Aus den mit der Hochgeschwindigkeitskamera aufgenommenen Sequenzen kann beobachtet werden, dass sich in der Salzlösung eine höhere Anzahl an Kleinblasen befinden als in der reinen Wasserströmung. Die Kleinblasen entstehen durch den sekundären Strahlzerfall an den Eindüseröhrchen, koaleszieren aber im Strömungsverlauf in reinem Wasser im Gegensatz zur koaleszenzgehemmten Salzlösung schnell wieder. Insbesondere Blasen unter ein Millimeter Durchmesser haben, wie die vorangegangenen Untersuchungen gezeigt haben, eine hohe Koaleszenzneigung (siehe beispielsweise Ergebnisse in der Strömung mit statischem Mischer, Kapitel 4.5). In der Tensidlösung entstehen, bedingt durch die niedrige Oberflächenspannung, bereits beim sekundären Strahlzerfall kleinere Blasen. Diese bleiben im Strömungsverlauf durch die Koaleszenzhemmung des Tensids stabil, die Blasengrößenverteilung ist deutlich gegenüber der Salzlösung und dem reinen Wasser zu kleineren Durchmessern hin verschoben.

Um zu überprüfen, ob die Momentenmethode tendenziell in der Lage ist, die Beobachtungen wiederzugeben, wurde eine einfache Simulationsrechnung durchgeführt. Die Strömungsentwicklung wird eindimensional betrachtet. Dabei werden zwei Rohrabschnitte berechnet. Im Eindüsebereich von  $x = 0$  bis  $x = 0.15$  m wird als Randbedingung die Primärblasengröße gemäß Gleichung (5.24) herangezogen. Die turbulente Dissipationsrate ergibt sich durch die hohen Geschwindigkeitsgradienten nahe der Eindüsung und wird nach Millies und Mewes [90] mit  $\varepsilon_t = j_G g \approx 2m^2/s^3$  abgeschätzt. Der obere Rohrabschnitt von  $x = 0.15$  bis  $x = 1.5$  m verwendet die berechneten Blasengrößen der hochturbulenten Eindüsezone als Eingangsgrößen. Die turbulente Dissipationsrate ist hauptsächlich blaseninduziert und wird nach Kapitel 4.3.7 mit  $\varepsilon_t = 0.2 m^2/s^3$  bestimmt. Der Gasgehalt ist bei allen Strömungen über der gesamten Rohrlänge als konstant angenommen. Unterschiedlich bei den Berechnungen ist die kritische Weber-Zahl für die Koaleszenz, mit der die Koaleszenzeffizienz berechnet wird. Das Weberzahlverhältnis ist, wie in Kapitel 4.2.1.3 ersichtlich wird, proportional dem Quadrat der kritischen Geschwindigkeiten und somit auch proportional dem Quadrat des Koaleszenzzeitver-

hältnisses. Für die Koaleszenzzeiten werden für Wasser die in Kapitel 4.2.1.3 ermittelten Werte herangezogen, für die Lösungen die oben angegebenen Werte.

$$We_{k,krit}(\text{Lösung}) = We_{k,krit}(\text{Reines Wasser}) \left[ \frac{t_{koal}(\text{Reines Wasser})}{t_{koal}(\text{Lösung})} \right]^2 \quad (6.1)$$

Die Berechnungsergebnisse sind in Abb. 6.4 dargestellt. Die berechneten Größenverteilungen decken sich qualitativ mit den gemachten Beobachtungen. Koaleszenz findet im Salz- und Tensidsystem nicht mehr in signifikantem Maße statt. Für die genaue Quantifizierung dieser Ergebnisse sind weitere Messreihen von Blasengrößenverteilungen, Gasgehalt Turbulenz, Oberflächenspannungen und Koaleszenzzeiten notwendig, die aber nicht mehr Bestandteil der vorliegenden Arbeit sind.

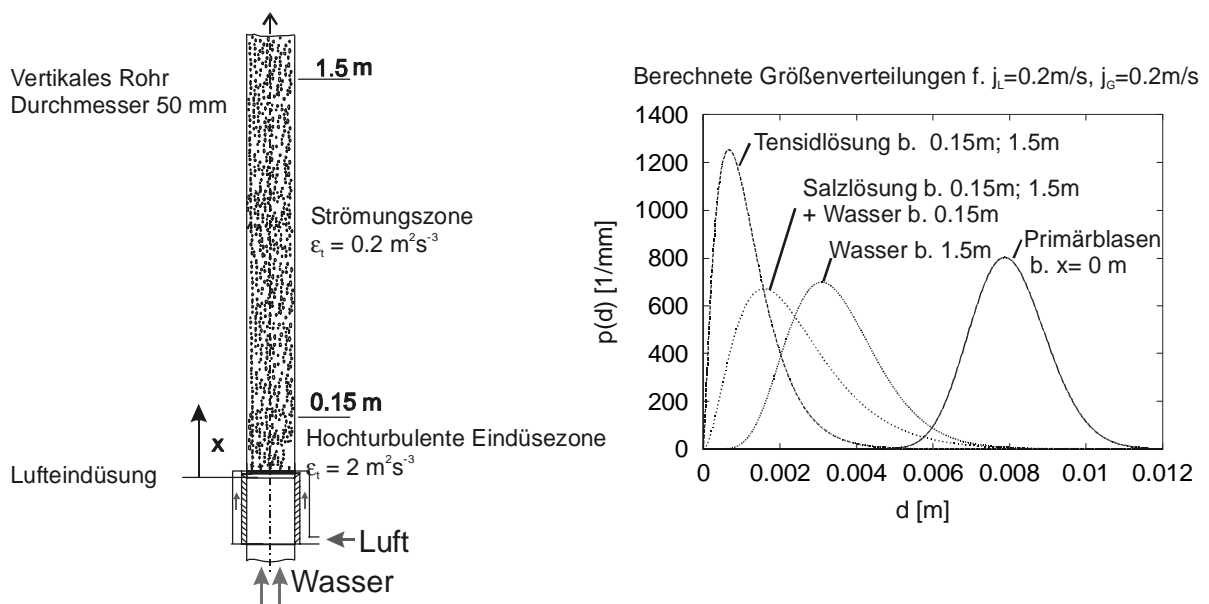


Abb. 6.4 Bestimmung der Blasengrößenverteilungen für verschiedene wässrige Lösungen

## 6.4 Aufstellung von Kriterien zur Überprüfung des Einflusses von Koaleszenz und Zerfall

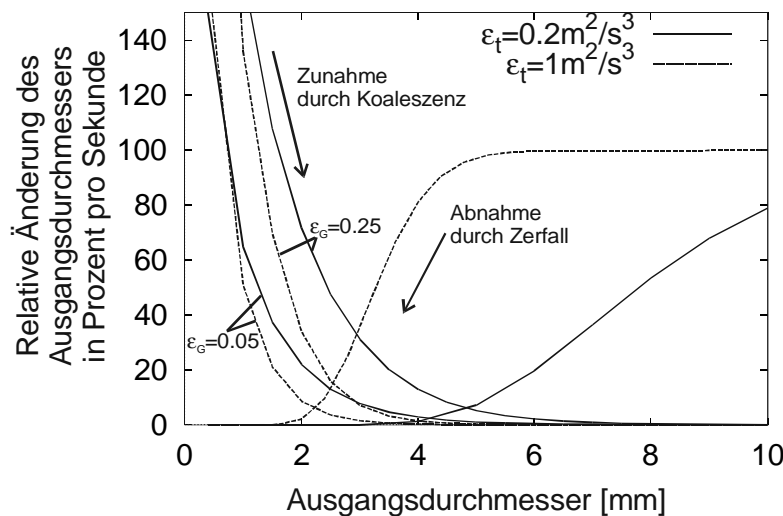
Vor der aufwändigen Berechnung der veränderlichen Blasengrößenverteilung mit Hilfe der Populationsbilanzgleichungen oder der Momentenmethode sollte zunächst geprüft werden, in welchem starkem Maße die Blasengrößenverteilung ändernden Vorgänge Koaleszenz und Zerfall ablaufen. Findet man beispielsweise ein koaleszenzgehemmtes System vor mit niedriger Turbulenz (geringer Zerfall), so kann auf die Berechnung mit Populationsbilanzgleichung vermutlich verzichtet werden. Aus der analytischen Lösung unter der Annahme eines monodispersen Systems lassen sich sehr einfach zu überprüfende Kriterien ableiten. Liegt ein System vor, in dem Koaleszenz überwiegt, so lässt sich Gleichung (5.22) unter der Annahme  $\Omega_0 \rightarrow 0$  mit der Regel von de l'Hospital vereinfachen und man erhält Gleichung (6.2), die die Veränderung des Blasendurchmessers auf Grund von Koaleszenz und der Verweilzeit  $\tau$  bestimmt.

$$\frac{d(\tau)}{d_0} = \left( 1 + \frac{6Y_0\alpha\tau}{\pi d_0^3} \right)^{1/3} \quad (6.2)$$

Der Anwendungsbereich der Gleichung liegt hauptsächlich in der Beschreibung von gerichteten Strömungen ohne stark turbulenz erzeugende Einbauten. Die Gasgeschwindigkeit sollte größer sein als die Aufstiegsgeschwindigkeit der Blasen in ruhender Flüssigkeit. Findet fast ausschließlich Zerfall statt, wie beispielsweise im statischen Mischer oder anderen hochturbulenten Strömungszonen, kann aus Gleichung (5.22) unter der Annahme  $Y_0 \rightarrow 0$  entsprechend die Gleichung (6.3) hergeleitet werden.

$$\frac{d(\tau)}{d_0} = \exp\left(-\frac{\Omega_0\tau}{3}\right) \quad (6.3)$$

Die Lösung dieser Gleichungen kann als prozentuale Änderung des Blasendurchmessers pro Zeiteinheit, d.h. pro Sekunde Verweilzeit dargestellt werden. Beispielhaft sind einige Lösungen in Abb. 6.5 dargestellt. Das Diagramm ist folgendermaßen zu lesen: Gegeben sei ein Ausgangsdurchmesser. Unter den vorliegenden Randbedingungen Turbulenz und Gasgehalt kann dann auf der Ordinate die prozentuale Änderung des Ausgangsdurchmessers abgelesen werden. Für kleine Ausgangsdurchmesser ergibt sich eine Vergrößerung durch Koaleszenz, für große eine Verkleinerung durch Zerfall. Am Schnittpunkt von Koaleszenz- und Zerfallskurve (bei gleicher Dissipationsrate) ergibt sich der Gleichgewichtsdurchmesser.



**Abb. 6.5** Änderung eines vorgegebenen Ausgangsdurchmessers durch Koaleszenz wird bestimmt aus analytischer Lösung der Momentengleichung für verschiedene Gasgehalte  $\varepsilon_G$  und turbulente Dissipationsraten  $\varepsilon_t$ . Die Änderungsrate durch Zerfall ist unabhängig vom Gasgehalt und ist nur als Funktion der Dissipationsrate dargestellt.

In den Ergebnissdiagrammen, die als hilfreiches Werkzeug für die Auslegung von Gas-Flüssigkeits-Kontaktapparaten erstellt werden können, sind die Abhängigkeiten der Koaleszenz- und Zerfallsraten von Durchmesser, Turbulenz und Gasgehalt schnell zu erkennen.

Insbesondere bei geringer Turbulenz von  $\epsilon_t = 0.2 \text{ m}^2/\text{s}^3$  wird deutlich, dass bei geringem Gasgehalt die relativen Durchmesseränderungen von Blasen in der Größe 2 bis 5 mm, wie sie für Wasser/Luftsysteme typischerweise auftreten, weit unter 10% liegen. Diese Tatsache erschwert auch die genaue Quantifizierung von Koaleszenz- und Zerfallsraten in Strömungen geringen Gasgehalts, da hier die Änderungen der Blasendurchmesser klein sind und im Rahmen der Messgenauigkeit liegen (siehe Kapitel 4.3.10). Relevant ist eine Berücksichtigung von Koaleszenz und Zerfall eher für sehr kleine oder große Blasen (Durchmesser kleiner 1 mm oder größer 6 mm) und in Gebieten hoher Turbulenz (insbesondere Zerfall). Die Koaleszenz- und Zerfallsdiagramme können leicht auch für andere Stoffsysteme mit anderen Koaleszenzeigenschaften (Berechnung der kritischen Weberzahl mit Gleichung (6.1)) erstellt werden.



## 7. Zusammenfassung und Ausblick

Schwerpunkt der Arbeiten lag in der experimentellen Quantifizierung der Koaleszenz- und Zerfallsraten in Abhängigkeit von den turbulenten Strömungsgrößen und der Blasengrößenverteilung.

In der vorliegenden Arbeit wurde eine auf den Populationsbilanzen basierende Momentenmethode entwickelt und experimentell validiert. Diese Methode ermöglicht die Berechnung einer veränderlichen Blasengrößenverteilung in turbulenten Gas-Flüssigkeits-Strömungen. Dies ist notwendig, um den in verfahrens- und energietechnischen Strömungsapparaten stattfindenden Austausch von Masse, Impuls und Energie an der Phasengrenze zu berechnen. Untersuchungsgegenstand waren adiabate Blasenströmungen in Rohren mit 50 und 90 mm Durchmesser und verschiedenen turbulenz erzeugenden Einbauten wie Gittern und statischem Mischer. Als maximale volumetrische Gasgehalte wurden Werte bis 20 Prozent eingestellt.

Die Momentenmethode wird in dieser Arbeit detailliert aus den Populationsbilanzen hergeleitet. Sie ist definiert als die Lösung der Erhaltungsgleichungen für die drei ersten statistischen Momente der Anzahldichteverteilungsfunktion. Dies sind die Blasen-Gesamtanzahldichte, der volumetrische Gasgehalt und eine zur Varianz der Blasen volumenverteilung proportionale Größe. Diese Methode bietet insbesondere den Vorteil, dass im Gegensatz zur Lösung der Populationsbilanzgleichungen nur ein geringer Rechenaufwand notwendig ist. Da keine numerische Integration vorgenommen werden muss, ergibt sich auch kein Diskretisierungsproblem. Als Einschränkung muss dafür eine Form der Durchmesser verteilungsfunktion, hier eine Gamma-Verteilung, angenommen werden. Die Ergebnisse zeigten jedoch, dass die gemessenen Verteilungen mit der zweiparametrischen Gamma-Verteilung gut approximiert werden. Gegenüber bestehenden Momentenmethoden, die nur einparametrische Verteilungen nutzen, stellt dies eine Verbesserung der Beschreibung der veränderlichen Größenverteilungen dar.

Die zeitaufgelöste Betrachtung mit Hilfe eines digitalen Hochgeschwindigkeits-Videosystems von Koaleszenz- und Zerfallsvorgängen in Strömungen niedrigen Gasgehalts erlaubte zunächst die Quantifizierung charakteristischer Zeit- und Längenmaße dieser Vorgänge. Als Ergebnisse erhält man kritische Weberzahlen, worüber die Koaleszenz- und Zerfallseffizienz bestimmt werden konnten. Als wichtigste Einflussgrößen können in den verwendeten Modellen die Blasengröße, die turbulente Dissipationsrate als charakteristische Turbulenzgröße und Stoffdaten berücksichtigt werden. Bei der Koaleszenzeffizienz geht die Koaleszenzzeit in die Bestimmung der Weberzahl ein. Hierüber kann auch der Einfluss oberflächenaktiver Substanzen berücksichtigt werden. Beim Zerfall hat die Deformation der Blase vor dem Zerfall einen Einfluss auf die Zerfallseffizienz, da ein großer Teil der Wirbelenergie für die Deformation aufgebracht werden muss.

Die direkte Validierung der Koaleszenz- und Zerfallsraten konnte durch die Messung der Entwicklung der Blasen-Gesamtanzahldichte bzw. der daraus ableitbaren mittleren Durchmesser durchgeführt werden. Gleichzeitig wurden die Turbulenzgrößen der kontinuierlichen Phase bestimmt. Bei den Messreihen wurden Gas- und Flüssigkeitsleerrohrgeschwindigkeiten variiert und die Randbedingungen bzgl. der Blasengrößenverteilung mittels verschiedener Eindüseröhrchen modifiziert. Da auch Strömungen hohen Gasgehalts untersucht wurden, konn-

ten nur mit invasiven Strömungs sonden die Strömungsgrößen ohne Einschränkung durch den Gasphasenanteil ermittelt werden. Zur Bestimmung der Turbulenz der kontinuierlichen Phase in Zweiphasenströmungen wurden X-Heißfilmsonden, zur Ermittlung der Blasen durchmesserverteilungen und des Gasgehalts faseroptische Sensoren eingesetzt. Die Blasen durchmesserverteilungen wurden aus den gemessenen Sehnenlängenverteilungen mit einem neu entwickelten Algorithmus ermittelt. Es zeigt sich, dass die Entwicklung der Gesamtanzahldichte mit den entwickelten Momentengleichungen im Rahmen der Messungenauigkeit wiedergegeben werden kann. Auch die Koaleszenz nach statischen Mischern, welches ein wichtiges technisches Anwendungsgebiet dieser Methode darstellt, kann gut vorhergesagt werden. Im Vergleich von eingestellten Volumenströmen von Luft und Wasser am Strömungsrohr zu aufintegrierten Volumenströmen aus den Sondenmessungen ergeben sich Fehler von etwa 10 % für die Flüssigkeitsgeschwindigkeit und 20 bis 30 % für die faseroptischen Messungen. Letzterer Fehler ergibt sich insbesondere durch Deformation und Ablenkung der Blasen durch den Sensor. Durch den hohen Messfehler konnten nur bei Strömungen mit hohen Änderungsraten der Gesamtanzahldichte signifikante Ergebnisse für die Koaleszenzraten erhalten werden. Der Vergleich der Koaleszenzraten mit den Einzelblasenbetrachtungen lässt den Schluss zu, dass die Kollisionsraten für Blasen auf Basis der kinetischen Gastheorie zu hoch bestimmt werden, was durch die entsprechende Verringerung der Koaleszenzeffizienz im Modell ausgeglichen werden muss.

Da die Turbulenz der kontinuierlichen Phase eine wichtige Einflussgröße auf Koaleszenz, Zerfall und Blasendispersion darstellt, wurden hierzu detaillierte Untersuchungen durchgeführt. Insbesondere konnten durch Messung der Turbulenz in der Zweiphasenströmung und der entsprechenden Einphasenströmung Informationen über die blaseninduzierte Turbulenz gewonnen werden. Mit den Daten wurde ein einfaches Gleichgewichts-Modell für die blaseninduzierte Turbulenz der Zweiphasenströmung aufgestellt und validiert. Über theoretische Überlegungen konnte auch die Dissipation von turbulenter kinetischer Energie durch Oberflächendeformation abgeschätzt werden.

Da als Randbedingung für die Anwendung der Momentengleichungen die Primärblasengröße, also die an der Eindüsung entstehende Größe der Blasen, bekannt sein muss, wurde hierfür der Mechanismus der Blasenbildung an Düsen mit Flüssigkeit im Gleich- und Querstrom aufgenommen. Durch digitale Bildverarbeitung wurden die Primärblasengrößen bestimmt und hierüber eine Berechnungsvorschrift überprüft, welche die Blasengrößen im Bereich des Blasengasens und im Übergangsbereich zum Strahlgasen mit ausreichender Genauigkeit vorhersagen kann. Findet ausgeprägter sekundärer Strahlzerfall statt, so muss der Nahbereich der Eindüsung räumlich fein aufgelöst werden und dort der Zerfall mit der Momentengleichung gekoppelt mit der Berechnung des turbulenten Strömungsfeldes bestimmt werden. Die prinzipielle Machbarkeit dieser Vorgehensweise wurde gezeigt.

Mit der analytischen Lösung ist eine einfache Vorhersage der Koaleszenz- und Zerfallsraten unter dem Einfluss von Gasgehalt, Primärblasengröße und Turbulenz möglich. Diese Methode kann in der Praxis zur schnellen Vorauslegung von Apparaten oder zur Überprüfung der Notwendigkeit der Berücksichtigung von Koaleszenz und Zerfall genutzt werden.

Um das Potential der entwickelten Momentenmethode aufzuzeigen, wurden als Anregung und Ausblick auf mögliche Folgeuntersuchungen verschiedene Anwendungsbeispiele vorgestellt. Es wurde gezeigt, dass die Implementierung in den CFD-Code Fluent 6.0 über „user-



defined subroutines“ möglich ist und physikalisch plausible Ergebnisse liefert. Es wurde dadurch der sekundäre Strahlzerfall und die Klassierung unterschiedlich schnell aufsteigender Blasen simuliert. Es sind hier weitere Arbeiten erforderlich, um diese detaillierten Berechnungsmethoden experimentell zu validieren.

Als Ausblick ist vor allem die genauere Quantifizierung des Einflusses von Stoffdaten, insbesondere oberflächenaktiver Substanzen zu sehen, da diese in vielen verfahrenstechnischen Anwendungen eine große Rolle spielen. Die prinzipielle Vorgehensweise hierfür wurde an einem einfachen Versuch mit Natriumsulfat und einem Tensid bereits gezeigt.



## 8. Literaturverzeichnis

- [1] Adrian, R. J., Particle-Imaging Techniques for Experimental Fluid Mechanics, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 23, 261-304, 1991
- [2] Akita, K. and Yoshida, F., Bubble Size, Interfacial Area and Liquid-Phase Mass Transfer Coefficient in Bubble Columns, *Ind. Eng. Chem., Process Des. Develop.* 13-1, 1974, 84-91
- [3] Baerns, M., Hofmann, H., Renken, A., *Chemische Reaktionstechnik*, Georg Thieme Verlag, Stuttgart, 1992
- [4] Becker, S., Sokolichin, A., Eigenberger, G., Gas-Liquid Flow in Bubble Columns and Loop Reactors: Part II, Comparison of Detailed Experiments and Flow Simulations, *Chem. Eng. Sci.*, 49(24B), 1994, 5747-5762
- [5] Behling, M. and Mewes, D., X-ray Computational Tomography Measurement of 3-Phase Flow in Bubble Columns, in M. Sommerfeld(Ed.), *Bubbly Flows*, Springer Verlag, 2004
- [6] Benk, H., Zum Turbulenzeinfluss auf die Phasenwechselwirkungen im Ausbildungsbereich vertikaler Gas/Flüssigkeits-Zweiphasenströmungen, Dissertation, Tech. Universität Darmstadt, Germany, 2001
- [7] Benk, H. and Loth, R. Investigations of the Interactions Between the Dispersed and Continuous Phase in Air/Water Two-Phase Flow with Grid Turbulence, 3rd European Thermal Sciences Conference, 2000, pp. 977-983, Heidelberg, Germany
- [8] Benk, H., Schmidt, T. and Loth, R., Static and Dynamic Investigations of the Interactions between Single Bubbles and X-Hotfilm Probes, *Meas. Sci. Tech.* 12(2), 2001
- [9] Bensberg, A., Roth, P., Brink, R., Lange, H., Modeling of Particle Evolution in Aerosol Reactors with Coflowing Gaseous Reactants, *AIChE J.* 45(10), 1999, 2097-2107
- [10] Bensberg, A. and Breitbach, C., Bubble Continuum Model Based on Moment Method, *Fluent CFG Meeting*, Bingen, 2003
- [11] Bertodano, M. L., R. T. Lahey and O. Jones, Development of a k, $\epsilon$ -Model for Bubbly Two-Phase Flow, *J. Fluids Eng.*, 116, 1994, 126-128
- [12] Bertodano, M. L., Lee, S.-J. and Lahey Jr., R. T., Drew, D. A., The Prediction of Two-Phase Flow Turbulence and Phase Distribution Phenomena Using a Reynolds Stress Model, *J. Fluids, Eng.*, 112, 1993, 107-113
- [13] Blaß, E., Bildung und Koaleszenz von Blasen und Tropfen, *Chem.-Ing. Tech.* 60(12), 1988, 935-947
- [14] Bourloutski, E. and M. Sommerfeld, Euler/Lagrange Calculations of Gas-Liquid-Solid-Flows in Bubble Columns, in M. Sommerfeld (Ed.), *Bubbly Flows*, Springer, Berlin, 2004
- [15] Brauer, H., *Grundlagen der Einphasen- und Mehrphasenströmungen*, Verlag Sauerländer, Aarau, Frankfurt, 1971
- [16] Bröder, D., Sommerfeld, M., Examination of Bubble Collisions and Coalescence in Bubbly Flows, in M. Sommerfeld(Ed.), *Bubbly Flows*, Springer Verlag, 2004
- [17] Bronstein, I. N., *Taschenbuch der Mathematik*, Unver. Nachdr. der 5. Aufl. - Frankfurt am Main [u.a.] : Deutsch, 2001
- [18] Brücker, Ch., Structure and Dynamics of the Wake of Bubbles and its Relevance for Bubble Interaction, *Physics of Fluids* 11(7), 1999, 1781-1796
- [19] Bruun, H. H., *Hot-Wire Anemometry: Principles and Signal Analysis*, Oxford Science Publication, 1995
- [20] Chuang, S. C., Goldschmidt, V. M., *Trans. of ASME, J. Basic Eng.* 705, 1970
- [21] Clark, N. N., Liu, W. and Turton, R., Data Interpretation Techniques for Inferring Bubble Size Distribution from Probe Signals in Fluidized Systems, *Powder Techn.* 88, 1996, 179-188
- [22] Clift, R., Grace, J.R. und Weber, M.E., *Bubbles, Drops and Particles*, Academic Press, New York, San Francisco, London, 1978
- [23] Coker, A. K., Jeffreys, G. V., Mumford, C. J., Mechanisms of Nozzle Type Reactor Operation with Gas Removal, *Applied Scientific Research* 49, 1992, 67-81
- [24] Colin, C., Kamp, A. and A. Chesters, Measurement and Prediction of Bubble Coalescence in turbulent Pipe Flows, *Proceedings of the 3rd International Conference on Multiphase Flow*, Lyon, France, June 8-12, 1998
- [25] Coualaloglu, C. A. and L.L. Tavlaridis, Description of the Interaction Processes in Agitated Liquid-Liquid-Dispersions, *Chem. Eng. Sci.*, 32, 1977, 1289
- [26] Davidson, J.F., Schüler, B. O. G., *Trans. Instn. Chem. Engrs.* 38, 1960, S. 144ff + S. 335ff
- [27] Drew, D., Cheng, L. and Lahey, Jr., R. T., The Analysis of Virtual Mass Effects in Two-Phase Flow, *Int. J. Multiphase Flow*, 5, 1979, 233-245
- [28] Drogaris, G., Koaleszenz von Gasblasen in wässrigen Lösungen, PhD Thesis, Universität Dortmund, Germany, 1982
- [29] Elghobashi, S., Particle-laden turbulent flows: Direct simulation and Closure Models, *Applied Scientific Research*, 48, 1991, 301-314

- [30] Fan, L.-S., and K. Tsuchiya, Bubble Wake Dynamics in Liquids and Liquid-Solid Suspensions, Butterworth-Heinemann, Massachusetts, 1990
- [31] Fleischer, C., Detaillierte Modellierung von Gas-Flüssigkeits-Reaktoren, Dissertation, Universität Stuttgart, 2001
- [32] Fluent Documentation, Release 6.0, Fluent Inc., 2003
- [33] Friedlander, S., Smoke, Dust and Haze, Wiley, New York, 1977
- [34] Gharaibah, E. and Polifke, W. (2002) Numerical Model for the Simulation of Dispersed Two Phase Flows based on Presumed Shape Number Density Functions, Proceedings of the 10th Workshop on Two-Phase Flow Predictions, Merseburg, Germany
- [35] Gnotke, O. und Loth, R., Experimental validation of coalescence and break-up rates in gas-liquid flows, Preprints of the 11th European Conference on Mixing, 2003, Bamberg, Germany
- [36] Gnotke, O., Benk, H. und Loth, R., Experimental Study on the Number Density Distribution Function in Turbulent Bubbly Flows with Coalescence and Break-up, Int. J. Exp. and Therm. Fluid 27 (2003), 803-816
- [37] Gnotke, O., Jeschke, R. und Loth, R., Experimental and Theoretical Investigation of Bubble Break-up and Coalescence in Bubbly Flows, in M. Sommerfeld (Ed.), Bubbly Flows, Springer Berlin, 2004
- [38] Grace, J. R., Shapes and Velocities of Bubbles Rising in Infinite Liquids, Trans. Inst. Chem. Eng. 51, 1973, 116-120
- [39] Grienberger, J., Untersuchung und Modellierung von Blasensäulen, Dissertation, Univ. Erlangen, 1992
- [40] Gurka, Liberzon, Hefetz, Rubinstein, Shavit, Computation of Pressure Distribution Using PIV Velocity Data, 3rd International Workshop on Particle Image Velocimetry, Santa Barbara, California, 1999
- [41] Haberäcker, P., Digitale Bildverarbeitung: Grundlagen und Anwendungen, 2. Auflage, Carl Hanser Verlag München, Wien, 1987
- [42] Hagesæther, L. (2002) Coalescence and break-up of drops and bubbles, PhD Thesis, Trondheim, Norway
- [43] Hartland, S., Koaleszenz in dichtgepackten Gas/Flüssig- und Flüssig/Flüssig-Dispersionen, Bunsengesellschaft Phy. Chem. 85, 1981, 851-863
- [44] Hartung, J., Lehr- und Handbuch der Statistik, R. Oldenbourg Verlag München Wien, 10. Auflage
- [45] Hering, F., Lagrangesche Untersuchungen des Strömungsfeldes unterhalb der wellenbewegten Wasseroberfläche mittels Bildfolgenanalyse, Dissertation, Universität Heidelberg, 1996
- [46] Heringe, R. A. and Davis, M. R., Structural Development of Gas-Liquid Mixture Flows, J. Fluid Mech., 73, 1, pp. 97-123, 1976
- [47] Hesketh, R.P., Etchells, A.W. and Russel, T.W.F., Bubble Size in Horizontal Pipelines, AIChE J., 33(4), 1987, 663-667
- [48] Hesketh, R.P., Etchells, A.W. and Russel, T.W.F., Bubble Breakage in Pipeline Flow, Chem. Engng. Sci. 46(1), 1990, 1-9
- [49] Hibiki, T. and Ishii, M., Experimental Study on Interfacial Area Transport in Bubbly Two-Phase Flows, Int. J. Heat Mass Transfer, 42, 1999, 2711-2726
- [50] Hinze, J. O., Fundamentals of the Hydrodynamic Mechanism of Splitting in Dispersion Processes, AIChE J., 1, 1955, 289
- [51] Hinze, J. O., Turbulence, McGraw-Hill Book Company, 1975
- [52] Ishii, M., Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow, Eyrolles, 1975
- [53] Ishii, M. and Mishima, K., Two-Fluid Model and Hydrodynamic Constitutive Relations, Nucl. Engng. Design 82, 1984, 107-126
- [54] Jähne, B., Digitale Bildverarbeitung, 4., völlig neubearbeitete Auflage, Springer Verlag, 1997
- [55] Kalkach-Navarro, S., Lahey Jr., R. T. and Meyder, R., Interfacial Area Density, Mean Radius and Number Density Measurements in Bubbly Two-Phase Flow, Nucl. Engng. Design 142, 1993, 341-351
- [56] Kanji, G. K., 100 Statistical Tests, Sage Publications, London, Dehli
- [57] Kataoka, I. and Serizawa, A., Interfacial Area Concentration in Bubbly Flow, Nucl. Engng. Design 120, 1999, 163-180
- [58] Kataoka, I., Besnard, D. C. and Serizawa, A., Analysis of Turbulence Spectra in Bubbly Flows, Proceedings of the 3rd International Conference on Multiphase Flow, Lyon, France, June 8-12, 1998
- [59] Kataoka, I., Ishii, M. and Serizawa, A., Local Formulation and Measurements of Interfacial Area Concentration in Two-Phase Flow, Int. J. Multiphase Flow 12, 1986, 505-529
- [60] Katz, J. and C. Meneveau, Wake-induced Relative Motion of Bubbles Rising In-Line, Int. J. Multiphase Flow, 22(2), 1996, 239-258
- [61] Kirkpatrick, R. D., Lockett, M. J., The Influence of Approach Velocity on Bubble Coalescence, Chem. Eng. Sci., 29, 1974, 2363-2373
- [62] Kocamustafaogullari, G. and Ishii, M., Foundation of the Interfacial Area Transport Equation and its Closure Relations, Int. J. Heat Mass Transfer 38(3), 1995, 481-493
- [63] Kolev, N. I., Fragmentation and Coalescence Dynamics in Multiphase Flows, Exp. Thermal and Fluid Sci. 6, 1993, 211-251

- 
- [64] Kolev, N. I., *Transiente Zweiphasen-Strömung*, Springer Verlag, 1986
  - [65] Kraume, M., Gäbler, A., Schulze, K., Influence of Physical Properties and Agitation Conditions on Drop Size Distributions of Stirred Liquid/Liquid-Dispersions, Preprints of the 11th European Conference on Mixing, 2003, Bamberg, German
  - [66] Krevelen, D. W. van, Hoftijzer, P.J., *Chem. Eng. Prog.* 46, 29, 1950
  - [67] Kumar, R., Kuloor, N. R., The Formation of Bubbles and Drops, *Adv. Chem. Eng.* 8, 1970, 255
  - [68] Lahey, R. T. Jr. and Drew, D. A., An Analysis of two-phase flow and heat transfer using a multidimensional, multi-field, two fluid computational fluid dynamics model, Japan/US Seminar on Two-Phase Flow Dynamics, Santa Barbara, California, June 5-8, 2000
  - [69] Lance, M., CFD Modelling of Bubbly Flows, Short Course Modelling and Computation of Multiphase Flows, ETH, Zürich, March 17-21, 1997
  - [70] Lance, M. and Bataille, J., Turbulence in the Liquid Phase of a Uniform Bubbly Air-Water Flow, *J. Fluid Mechanics*, Vol-222, 95-118, 1991
  - [71] Lance, M., Marie, J. L., and Bataille, J., Turbulence in Bubbly Flows: From Experiments to Numerical Modelling. In Celata and Shah (Ed.), *Two Phase Flow Modelling and Experimentation*, Pisa, Italy, Edizioni ETS, 1999
  - [72] Lasentec, Produktinformation, Prozeß-Video-Mikroskopie, Fa. Lasentec, Redmont, USA
  - [73] Launder, B. E. and Spalding, D. B., The Numerical Computation of Turbulent Flows, *Computer Methods in Applied Science and Engineering*, Vol. 3, 1974, 269-289,
  - [74] Lee, S. L., Lahey, R. T. Jr., and Jones, O. C. Jr., The Prediction of Two-Phase Turbulence and Phase Distribution Phenomena Using a k- $\epsilon$  Model, *Japanese J. Multiphase Flow*, 3(4), 1989, 335-368
  - [75] Lee, S. and Soria, A. and Lasa, H., Evolution of Bubble Length Distribution in Three Phase Fluidized Beds, *AIChE J.* 40, 1990, 1763
  - [76] Lee, C. H., Erickson, L. E. and Glasgow, L.A., Bubble Break-Up and Coalescence in Turbulent Gas-Liquid Dispersions, *Chem. Eng. Comm.* 59, 1987, 65-84
  - [77] Lehr, F. and Mewes, D., A Transport Equation for the Interfacial Area Density Applied to Bubble Columns, *Chem. Engng. Sci.*, 56, 2001, 1159-1166
  - [78] Liu, T. J., Bubble Size and Entrance Length Effects on Void Development in a Vertical Channel, *Int. J. Multiphase Flow*, 19, 1, 99-113, 1993
  - [79] Liu, W., Clark, N. N. and Karamavruc, A. I., General Method for the Transformation of Chord-Length Data to a Local Bubble-Size Distribution, *AIChE J.*, 42(10), 1996, 2713-2720
  - [80] Lo, S., Application of Population Balance to CFD Modeling of Bubbly Flows via the MUSIG Model, AEA, Technology, 4th International Conference on Gas-Liquid and Gas-Liquid-Solid Reactor Engineering, Delft, 1999
  - [81] Loth, R., *Mehrphasenströmungen, Vorlesungsskriptum*, Technische Universität Darmstadt, 2003
  - [82] Lucas, D., Krepper, E. and H.-M. Prasser, Prediction of Radial Gas Profiles in Vertical Pipe Flow on the Basis of Bubble Size Distribution, *Int. J. Therm. Sci.*, 40, 217-225, 2001
  - [83] Luo, H. and Svendsen, H. F., Theoretical Model for Drop and Bubble Breakup in Turbulent Dispersions, *AIChE J.* 42(5), 1996
  - [84] Manninen, M., V. Taivassalo, and S. Kallio, On the mixture model for multiphase flow, VTT Publications 288, Technical Research Centre of Finland, 1996
  - [85] Marchisio, D. L., Fox, R. O., Cheng, T.C., Stroefer, E. and A. Woelfert, CFD Study of Fine Particle Nucleation, Growth and Agglomeration, Preprints of the 11th European Conference on Mixing, 2003, Bamberg, Germany
  - [86] Martinez-Bazan, C., Lasheras, J.C. and Montanes, J.L., Splitting and Dispersion of Bubbles by Turbulence, Third International Conference on Multiphase Flows, ICMF98, 1998
  - [87] Mendelson, H. D., The Prediction of Bubble Terminal Velocities from Wave Theory, *AIChE J.* 13(2), 1967, 250-253
  - [88] Mersmann, A., Auslegung und Masstabsvergrößerung von Blasen- und Tropfensäulen, *Chem. Ing. Tech.* 49(9), 1977, 67-691
  - [89] Michiyoshi, I. and Serizawa, A., Turbulence in Two-Phase Bubbly Flow, *Nuc. Eng. Des.*, 95, 1986, 253-267
  - [90] Millies, M. and Mewes, D., Phasengrenzflächen in Blasenströmungen- Teil 1: Blasenensäulen, *Chem.-Ing. Tech.*, 68(6), 1996, 660-669
  - [91] Millies, M. and Mewes, D., Interfacial Area Density in Bubbly Flow, *Chem. Eng. Proc.*, 38, 1999, 307-319
  - [92] Obernosterer, G., Stoffübergang und Gasblasenkoaleszenz in begasten wäßrigen Tensidlösungen, Dissertation, Technische Universität Clausthal, 1992
  - [93] Ohnuki, A. and Akimoto, H., Prediction of Phase Distribution under Bubbly Flow in a Large Vertical Pipe by Multi-dimensional Two-Fluid Model, Proceedings of the 3rd International Conference on Multiphase Flow, Lyon, France, June 8-12, 1998
  - [94] Prince, M. J. and Blanch, H. W, Bubble Coalescence and Break-Up in Air-Sparged Bubble-Columns, *AIChE J.* 36, 1990, 1485-1499

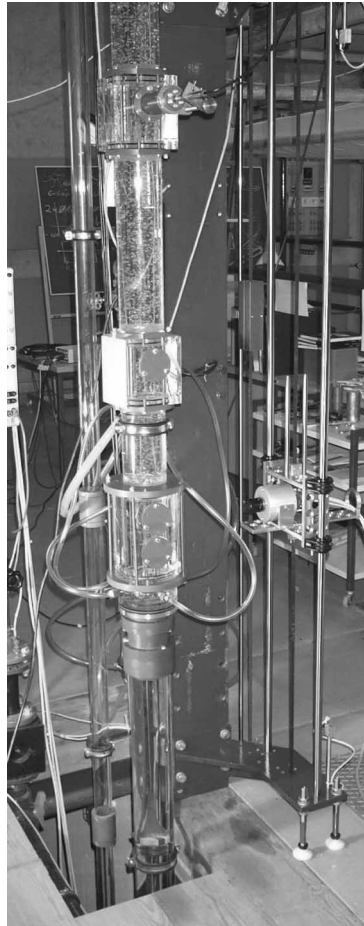
- [95] Prince, M. J. and Blanch, H. W., Transition Electrolyte Concentrations for Bubble Coalescence, *AIChE J.* 36(9), 1990, 1425-1429
- [96] Rübiger, N. and Vogelpohl, A., Bubble Formation and its Movement in Newtonian and Non-Newtonian Liquids, in *Encyclopedia of Fluid Mechanics*, Bd. 3, Kap. 4, 1986
- [97] Ramkrishna, D., *Population Balances*, Academic Press, San Diego, 2000
- [98] Randolph, A.D., A Population Balance for Countable Entities, American Potash and Chemical Corporation 1964
- [99] Rinne, A. and Loth, R., Development of Local Two-Phase Flow for Vertical Bubbly Flow in a Pipe with Sudden Expansion, *Int. J. Exp. and Therm. Fluid Sci.* 13, 1996, 152-166
- [100] Rinne, A., Experimentelle und numerische Bestimmung lokaler Größen adiabater vertikaler Flüssigkeits-Gas-Zweiphasenströmungen in einem Rohr mit plötzlicher Querschnittserweiterung, Dissertation, Tech. Universität Darmstadt, 1997
- [101] Saffman, P.G., The Lift on a Small Sphere in a Slow Shear Flow, *J. Fluid Mech.*, 22(2), 1965, 385
- [102] Samstag, M., 1996, Experimentelle Untersuchungen von Transportvorgängen in vertikalen turbulenten Luft-Wasser-Blasenströmungen, Institut für Reaktorsicherheit, Forschungszentrum Karlsruhe, Technik und Umwelt, Wissenschaftliche Berichte 1996
- [103] Schwarzer, J., Untersuchungen zur Blasenbildung im Strahlgasbereich in newtonschen Flüssigkeiten, Dissertation, TU Clausthal, 1989
- [104] Seitz, A., Untersuchung der axialen Verteilung der Blasengrößenverteilung in einer Gas/Flüssig-Rohrströmung mit Hilfe der digitalen Bildverarbeitung, Master Thesis, TU Darmstadt, 2003
- [105] Serizawa, A., Fluid dynamic characteristics in Two-Phase Flow, PhD Thesis, Kyoto Univ., Japan, 1974
- [106] Serizawa, A. and Kataoka, I., Turbulence Suppression in Bubbly Two-Phase Flow, *Nucl. Eng. Des.*, 122, 1990, 1-16
- [107] Sint Annaland, M., N. G. Deen and J. A. M. Kuipers, Multi-Level Modelling of Dispersed Gas-Liquid Two-Phase Flows, in M. Sommerfeld (Ed.), *Bubbly Flows*, Springer, Berlin, 2004
- [108] Sokolichin, A. and Eigenberger G., Gas-Liquid Flow in Bubble Columns and Loop Reactors: Part I. Detailed Modelling and Numerical Simulation, *Chem. Eng. Sci.*, 49, 24, 5735-5746, 1994
- [109] Sokolichin, A., Eigenberger G., Lapin, A. and Lübbert, A., Dynamic Numerical Simulation of Gas-Liquid Two-Phase Flows: Euler/Euler versus Euler/Lagrange, *Chem. Eng. Sci.*, 52(4), 1997, 611-626
- [110] Spindler, K., Untersuchung zum Mischereinfluss auf die lokale Struktur einer adiabaten Zweiphasenströmung mit einem faseroptischen Sensor, Dissertation, Universität Stuttgart, 1989
- [111] Streiff, F. A., Mathys, P. and Fischer, T. U., New Fundamentals for liquid-liquid dispersion using static mixers, *Recents Progres en Genie de Procedes*, ed. Lavoisier, Paris, France, 11(51), 1997, 307-314
- [112] Stewart, C. W., Bubble Interaction in Low-Viscosity Liquids, *Int. J. Multiphase Flow*, 21(6), 1995, 1037-1046
- [113] Tadaki, T. and S. Maeda, The Size of Bubble from Perforated Plates, *Kagaku Kogaku*, 1963 (1), 106
- [114] Taitel, Y., D. Barnea, and A. Dukler, Modelling Flow Pattern Transitions for Steady Upward Gas-Liquid Flows in Vertical Tubes, *AIChE J.*, 26(3), 345-354, 1980
- [115] Tennekes, H. and Lumley J. L., *A First Course in Turbulence*, The MIT Press, Cambridge, 15th printing, 1994
- [116] Theofanous, T. G. and Sullivan J., Turbulence in Two-Phase Dispersed Flows, *J. Fluid Mech.* 116, 1982, 343-362
- [117] Tomiyama, A., Struggle with Computational Bubble Dynamics, Proceedings of the 3rd International Conference on Multiphase Flow, Lyon, France, June 8-12, 1998
- [118] Tomiyama, A., Zun, I., Sou, A., Sakagushi, T., Numerical Analysis of Bubble Motion with the VOF Method, *Nuc. Eng. Des.*, 141, 1992, 69-82
- [119] Tropea, C., Unterlagen zum Kurzlehrgang Strömungsmesstechnik in der industriellen Forschung, FG SLA, TU Darmstadt, 1999
- [120] Tse, K. T., Martin, M. C. M. and Nienow, A. W., Visualisation of Bubble Coalescence in a Coalescence Cell, a Stirred Tank and a Bubble Column, *Chem. Eng. Sci.*, 53(23), 1998, 4031-4036
- [121] TSI: Innovation in Thermal Anemometry, Firmenproduktinformationen TSI Inc., 2002
- [122] Tsouris, C. and L. L. Tavlaridis, Breakage and Coalescence Models for Drops in Turbulent Dispersions, *AIChE J.* 40(3), 1994, 395-406
- [123] Tsuchiya, K. and T. K. Ohsaki, Large and Small Bubble Interaction Patterns in a Bubble Column, *Int. J. Multiphase Flow*, 22(1), 1996, 121-132
- [124] Tsuge, H., Hydrodynamics of Bubble Formation from Submerged Orifices, in *Encyclopedia of Fluid Mechanics*, Bd. 3 Kap. 9, 1986
- [125] Uberoi, M. and S. Wallis, Spectra of Grid Turbulence, *Phys. Fluids*, 12(7), 1969
- [126] Walter, J. F. and H. W. Blanch, Bubble Break-up in Gas-Liquid Bioreactors: Break-up in Turbulent Flows, *Chem. Eng. J.*, 32, 1986, B17-B17
- [127] Wang, S.K., Lee, S.J., Lahey, R.T., Jr., and Jones, O.C., 3-D Turbulence Structure and Phase Distribution Measurements in Bubbly Two-Phase Flows, *Int. J. Multiphase Flow*, Vol-13, No. 3, 327-343, 1987

- 
- [128] Weinhold, D., Erzeugung kleiner Gasblasen aus Gasfilterplatten und deren Koaleszenzverhalten in Lösungen mit unterschiedlichen physikalischen Eigenschaften, Dissertation, Paderborn, 1990
- [129] Weiss, S. (Hrsg.), Verfahrenstechnische Berechnungsmethoden, Teil 4: Stoffvereinigen in fluiden Phasen, VCH Verlagsgesellschaft Weinheim, 1988
- [130] Wellek, R. M., Agrawal, A. K., and Skelland, A. H. P., Shapes of Liquid Drops Moving in Liquid Media, AIChE J. 12, 1966, 854
- [131] Wijngaarden, L. van, On Pseudo Turbulence, Theoret. Comput. Fluid Dynamics, 10, 1998, 449-458
- [132] Wu, Q., Kim, S., Ishii, M. and Beus, S. G., 1998, One-group interfacial area transport in vertical bubbly flow, Int. J. Heat Mass Transfer 41(8-9), 1998, 1103-1112
- [133] You, C., Zhao, H., Cai, Y., Qi, H. and, Xu, X., Experimental investigation of interparticle collision rate in particulate flow, Int. J. Multiphase Flow, 30, 9, 2004, 1121-1138
- [134] Zuber, N. and Findlay, J., Average Volumetric Concentration in Two-Phase Flow Systems, Trans. ASME J. Heat Transfer 87, 1965, 453
- [135] Zun, I., Transverse Migration of Bubbles influenced by Walls in Vertical Bubbly Flow, Int. J. Multiphase Flow, 6, 1980, 583
- [136] Zlokarnik, M., Dimensional Analysis and Scale-Up in Chemical Engineering, Springer Verlag, 1991
- [137] Zlokarnik, M., Koaleszenzphänomene im System gasförmig/flüssig und deren Einfluss auf den O<sub>2</sub>-Eintrag bei der biologischen Abwasserreinigung, Korrespondenz Abwasser 11, 1980, 728-734





## 9. Anhang



**Abb. 9.1 Bild des Versuchsaufbaus. Links im Vordergrund das 90-mm-Strömungsrohr mit der Mischkammer zur Lufteindüsung und zwei Messblöcken zur verzerrungsfreien Beobachtung der Strömung. Rechts die Hochgeschwindigkeits-Kamera montiert auf einem Schlitten zur vertikalen Verstellung.**

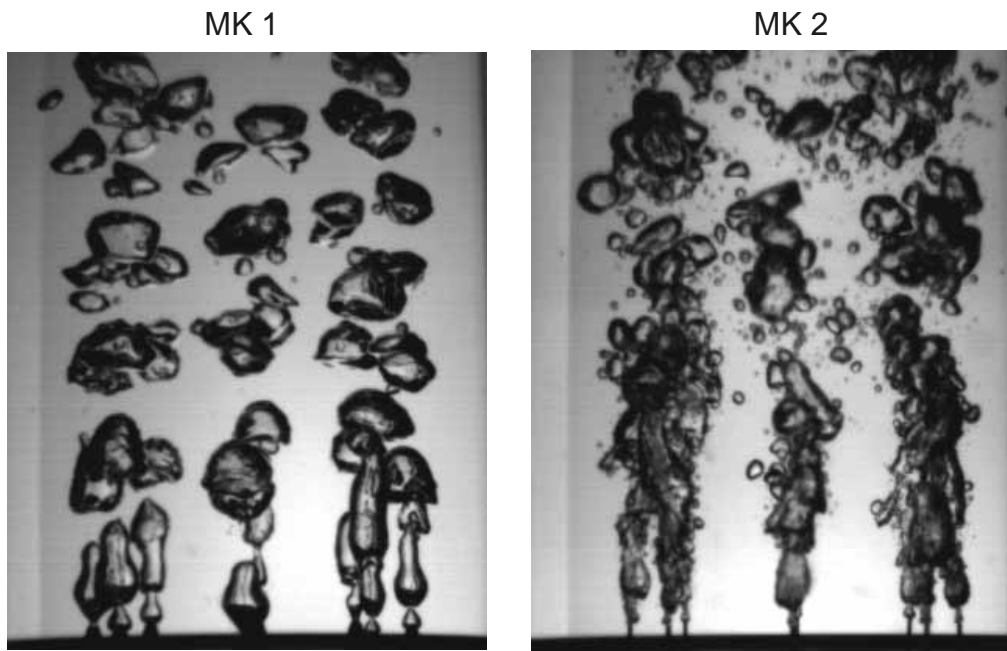


Abb. 9.2 Bei gleichen Leerrohrgeschwindigkeiten  $j_L = 0.5 \text{ m/s}$ ,  $j_G = 0.025 \text{ m/s}$  zeigt sich Blasengasen bei Mischkammer MK1 mit Düsendurchmesser  $d_i = 1.0 \text{ mm}$  und Strahlgasen bei Mischkammer MK2 mit  $d_i = 0.3 \text{ mm}$  im 90-mm-Strömungsrohr an der Eindüsung.

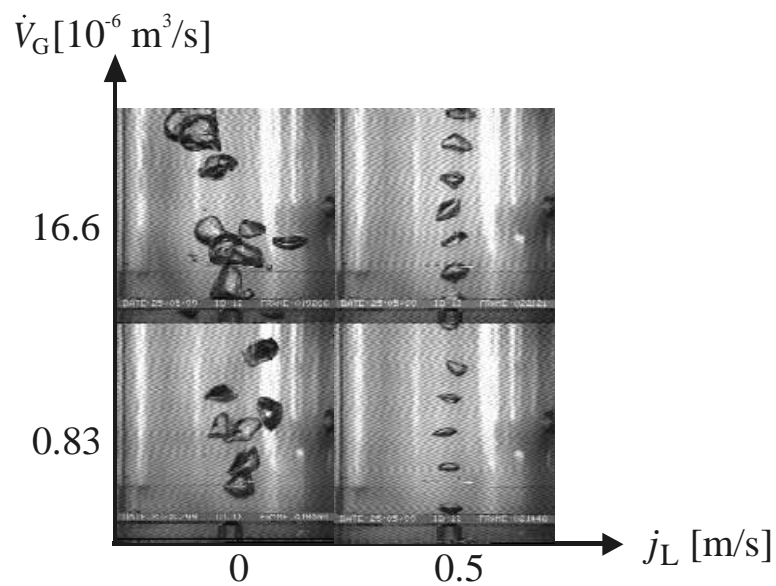
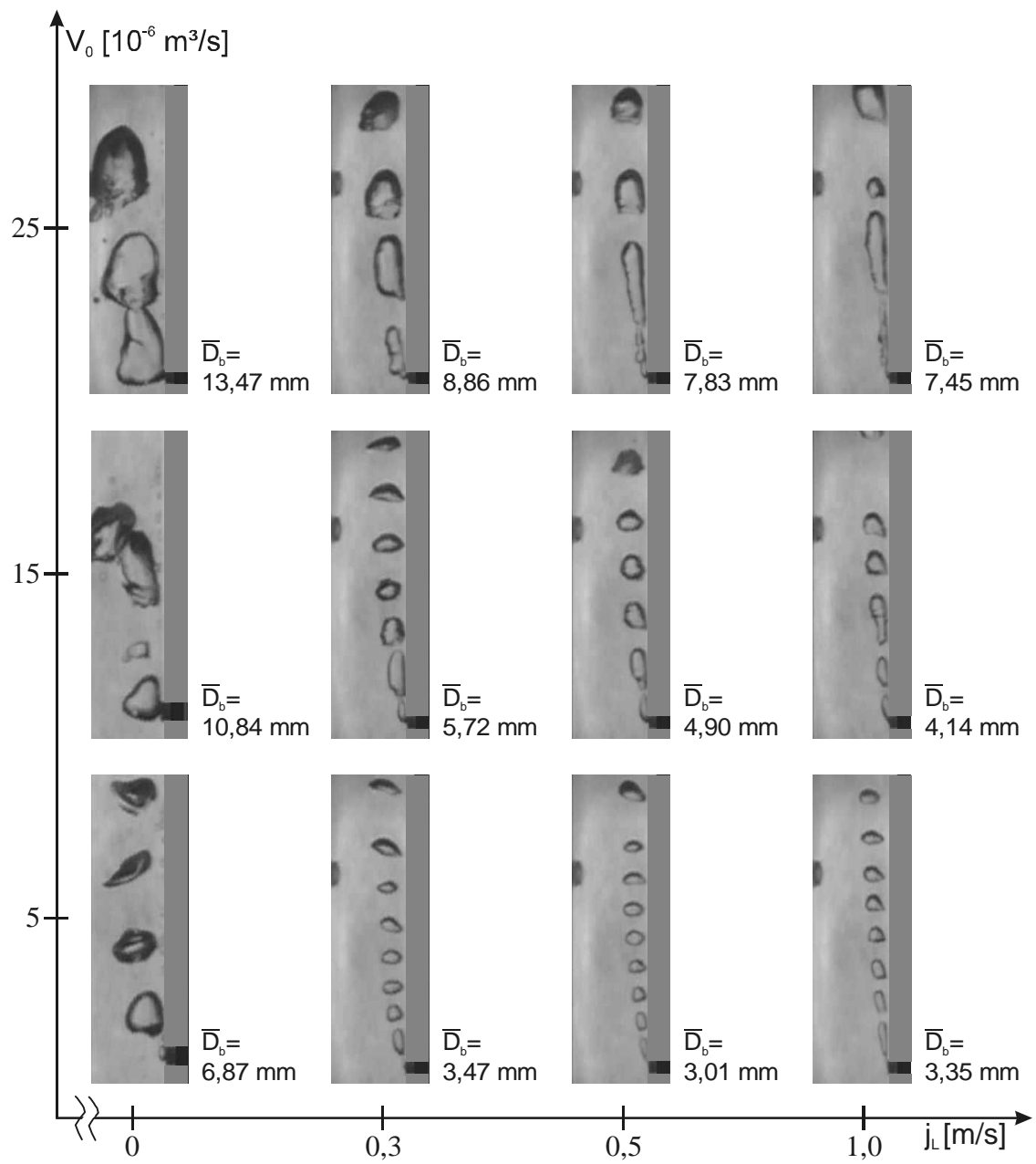
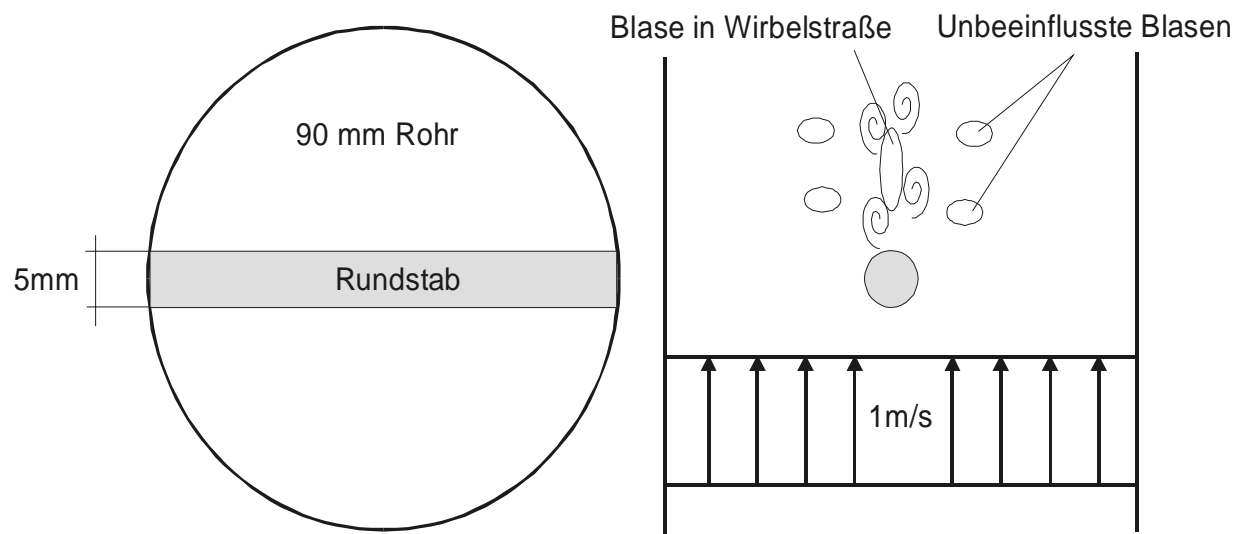


Abb. 9.3 Blasenketten ohne und mit überlagerter Flüssigkeitsgeschwindigkeit,  $d_i = 1.0 \text{ mm}$  (aus Benk [6])



**Abb. 9.4 Entstehung von Blasen an einer Wandbohrung bei Querströmung**



**Abb. 9.5 Anordnung zur Beobachtung von Zerfallsvorgängen hinter einer turbulenz erzeugenden Querstange**

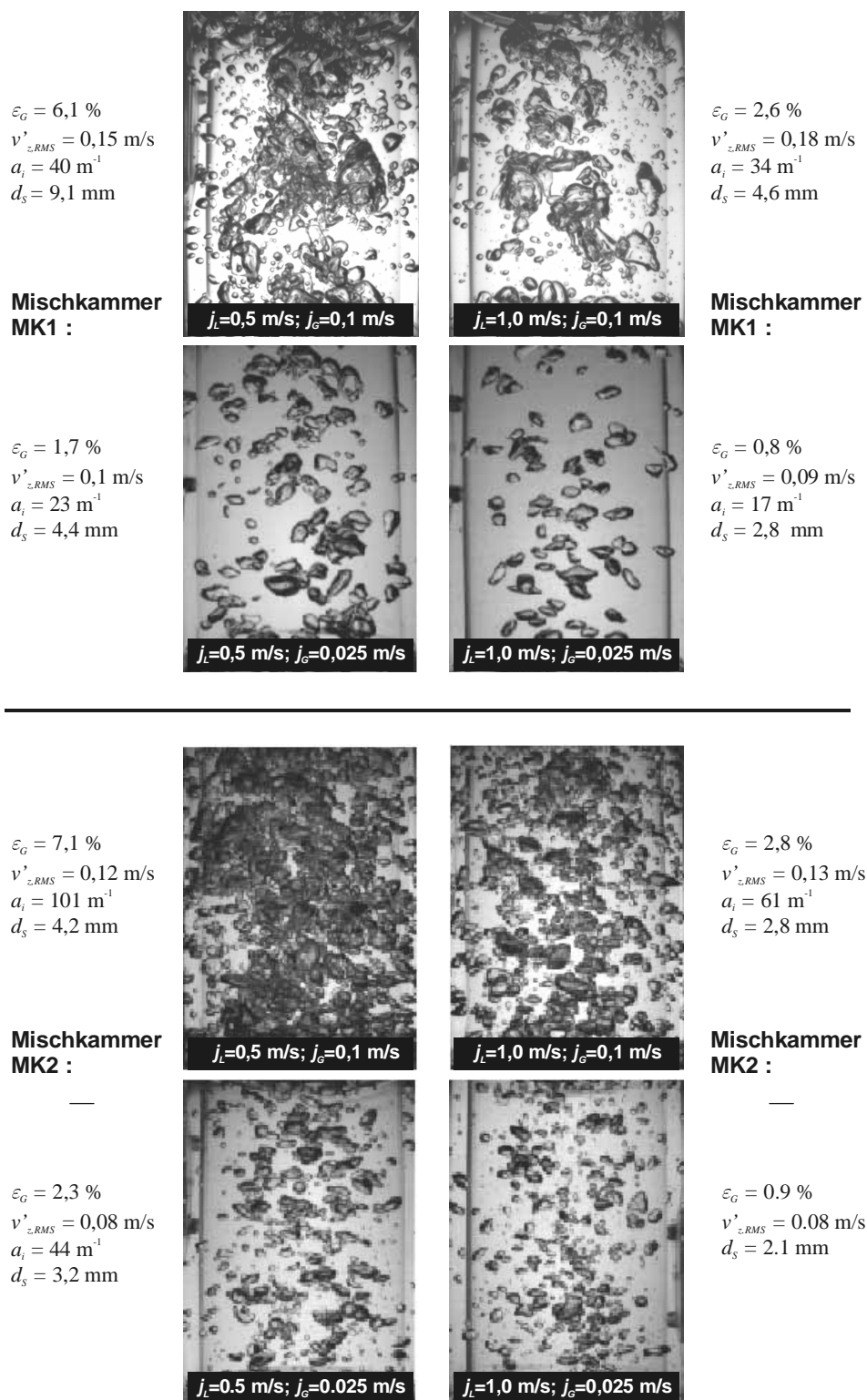
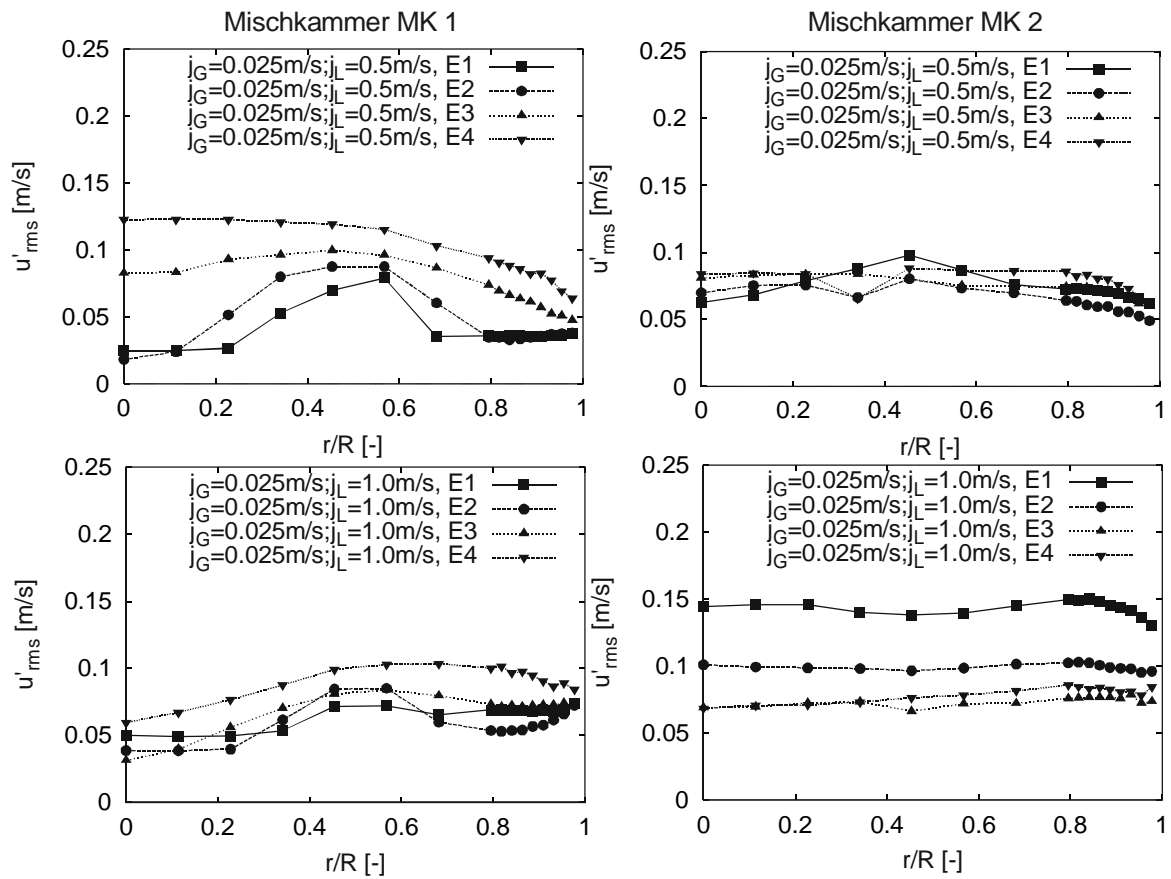


Abb. 9.6 Strömungsformen im 90-mm-Rohr



**Abb. 9.7** Turbulenzverlauf der flüssigen Phase,  $j_G = 0.025 \text{ m/s}$

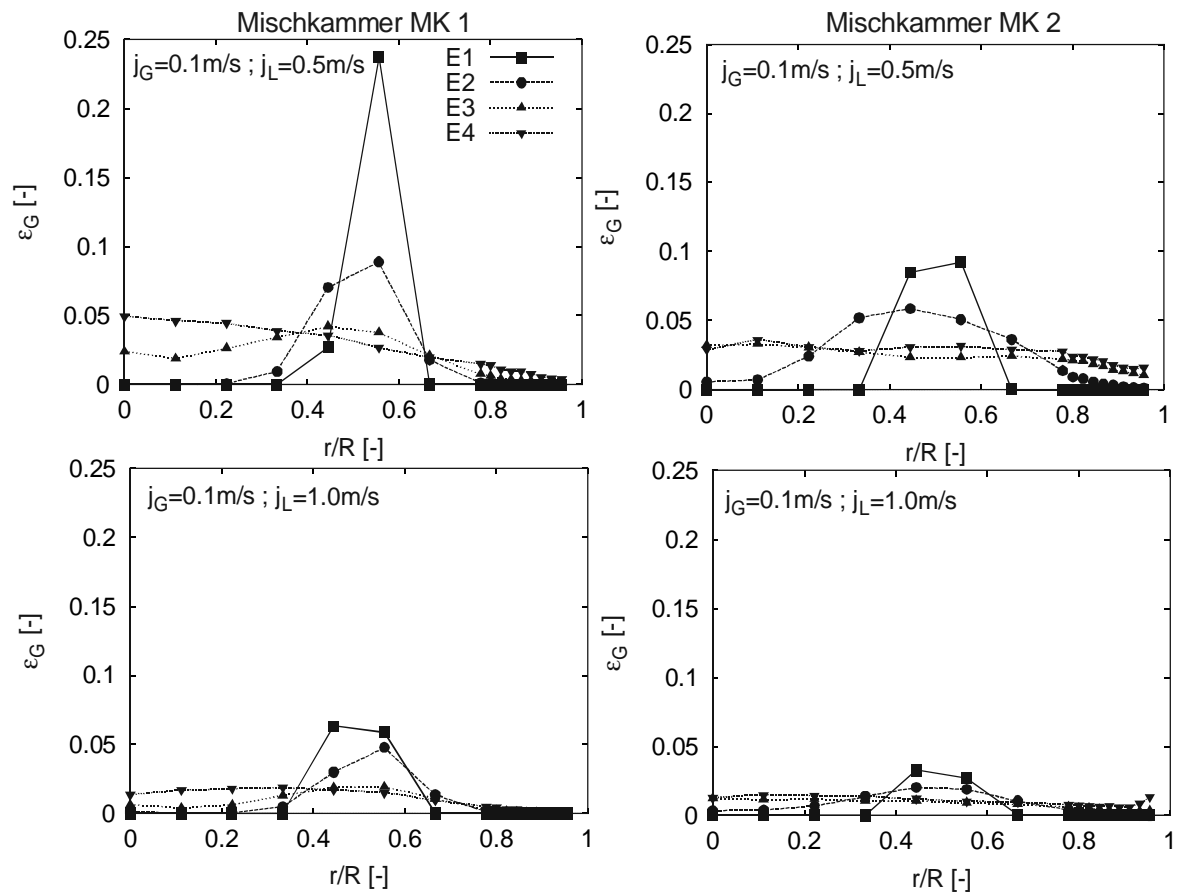
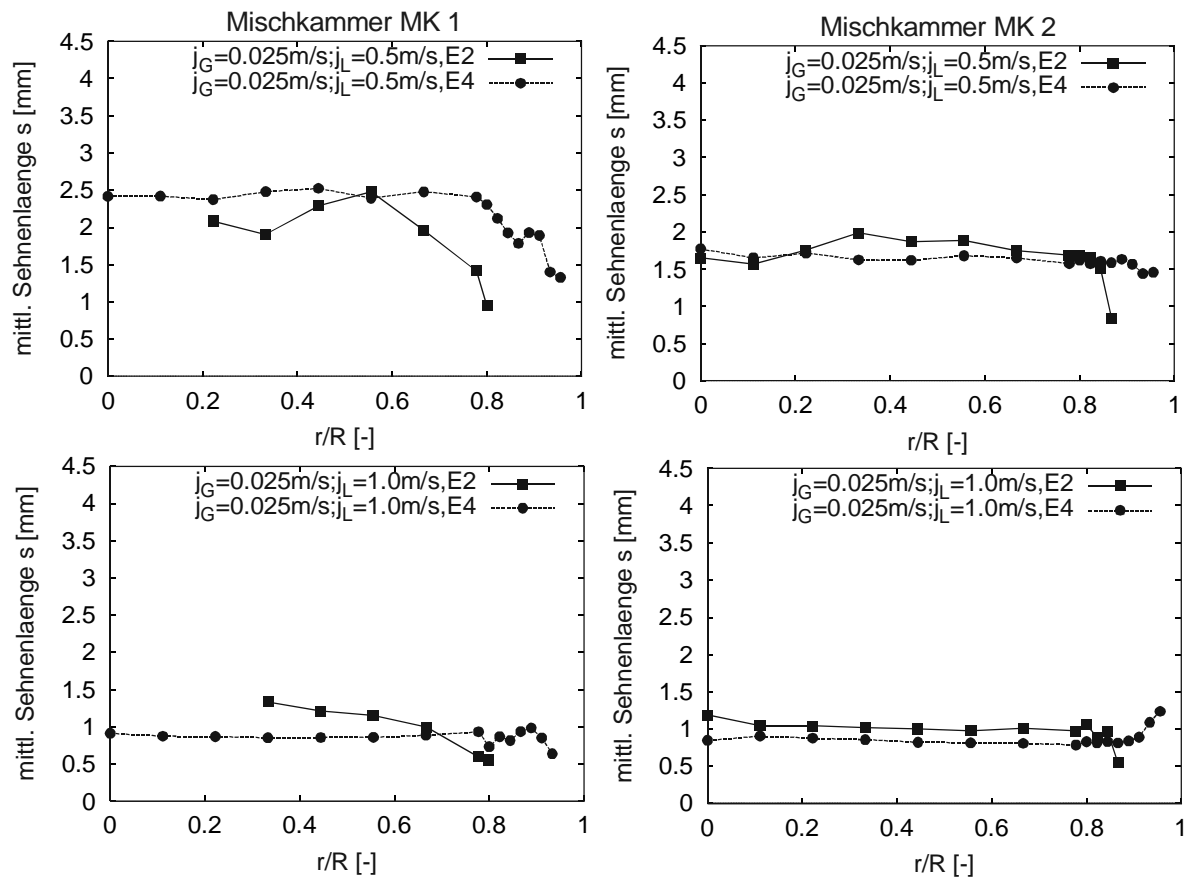
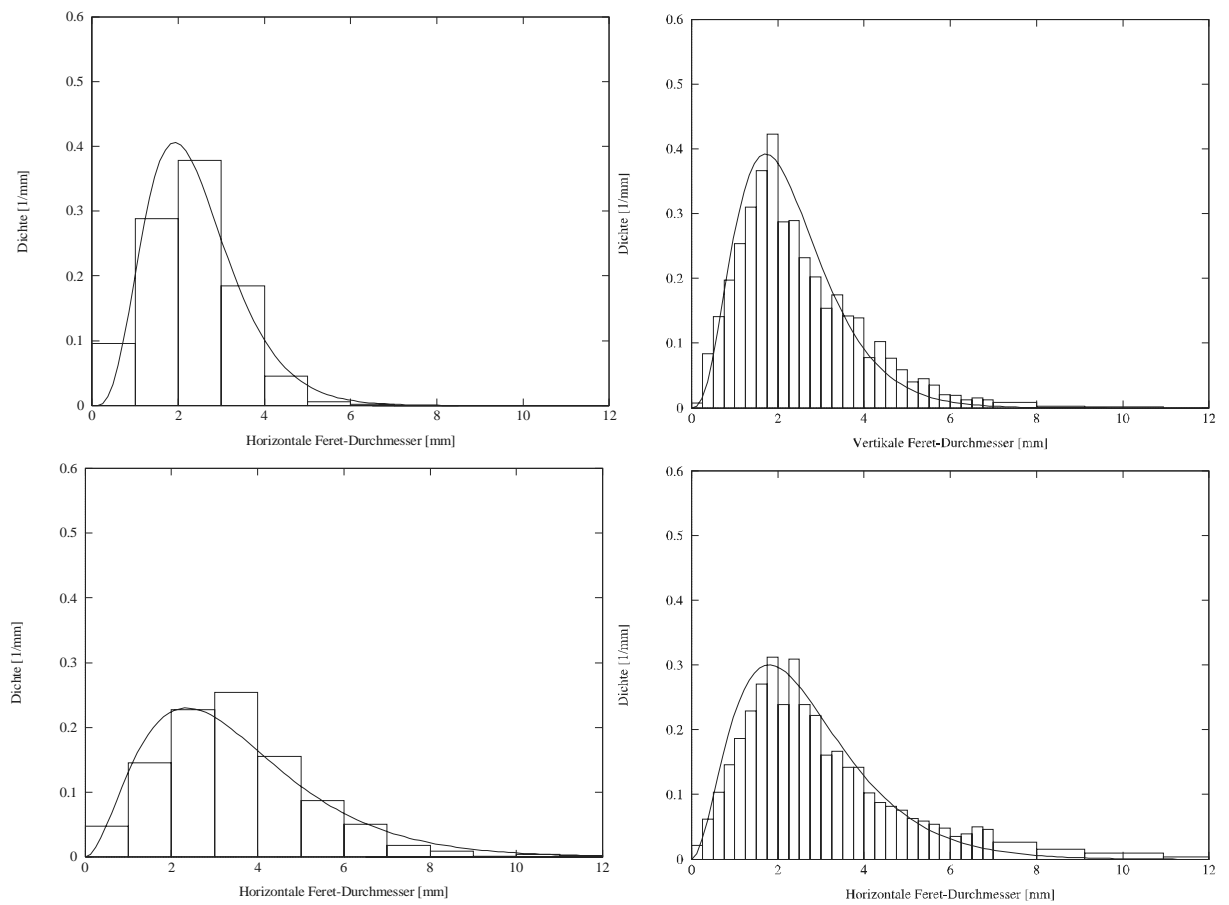


Abb. 9.8 Entwicklung der Gasgehaltsprofile für  $j_G = 0.025 \text{ m/s}$

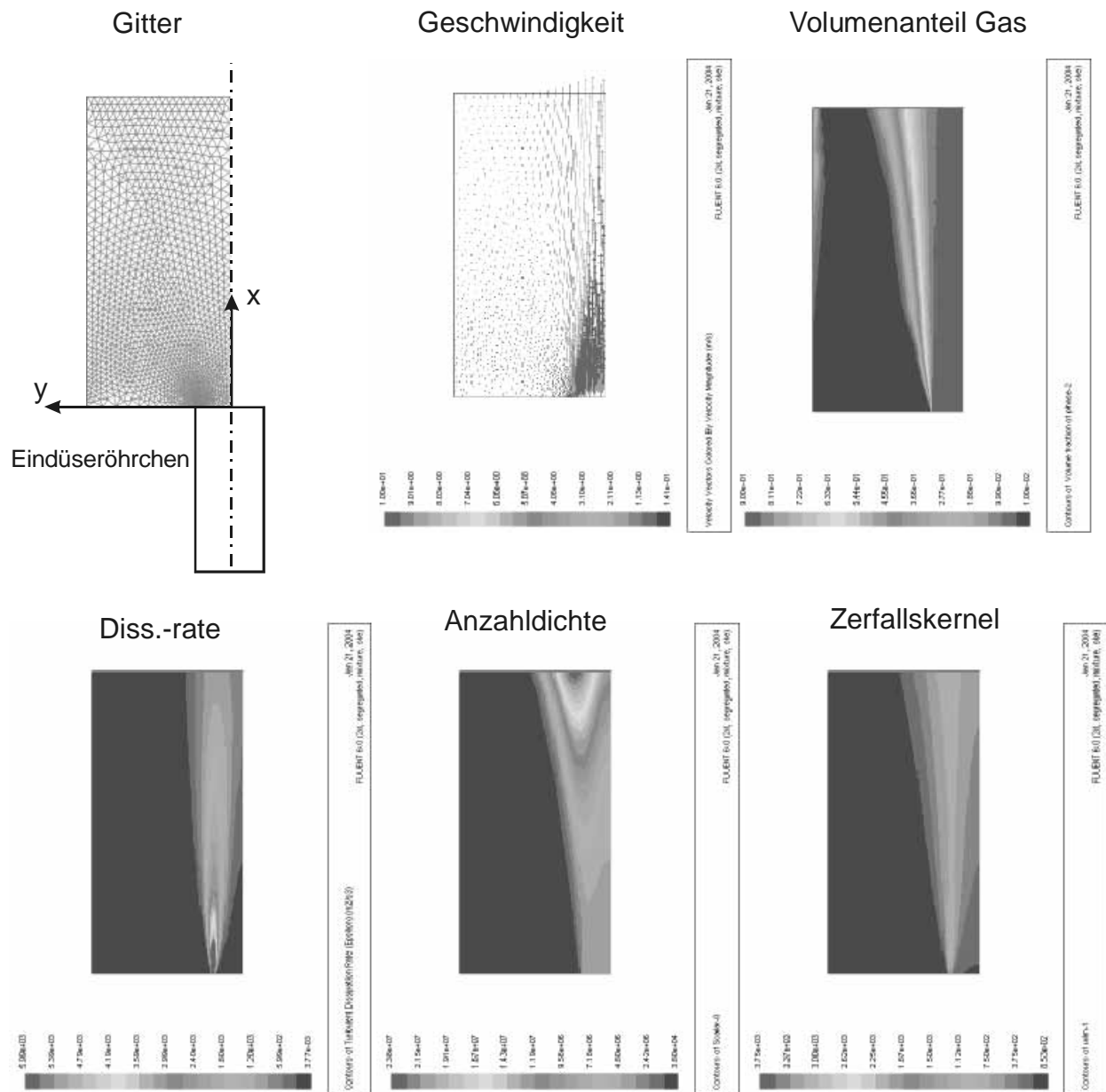


**Abb. 9.9** Radiale Verteilung der Sehnenlängen an zwei axialen Positionen für  $j_G=0.025$

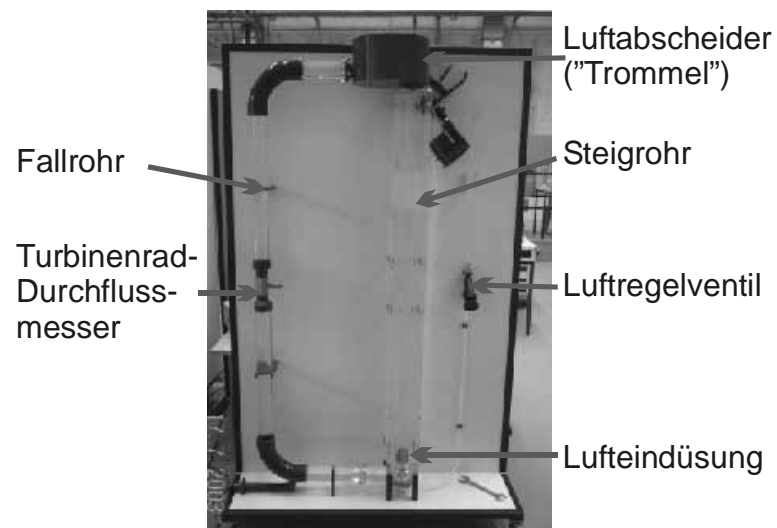




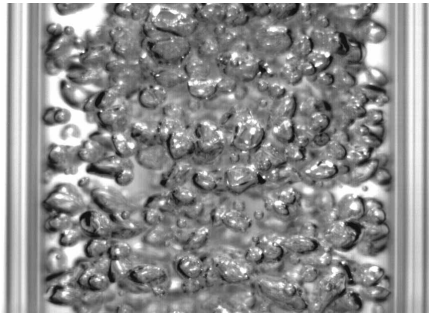
**Abb. 9.10 Annäherung von gemessenen Blasendurchmesser-Verteilungen mit einer Gamma-Verteilung, Ebene 3 im 90-mm-Rohr (Details siehe [104]): Linke Spalte, Messung mit faseroptischen Sonden, Rechte Spalte, Messung mit digitaler Bildverarbeitung, Obere Zeile:  $j_G=0.025$  m/s,  $j_L=1.0$  m/s, Untere Zeile:  $j_G=0.05$  m/s,  $j_L=0.5$  m/s**



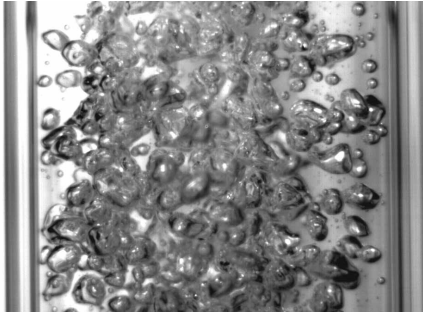
**Abb. 9.11 Berechnung des Strahlzerfalls an einer Düse mit dem CFD-Programm Fluent 6.0: Verwendetes Berechnungsgitter und Ergebnisdiagramme**



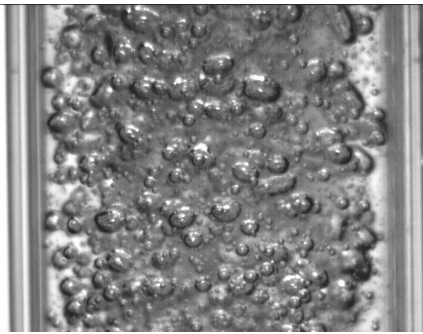
**Abb. 9.12 Bild des Versuchsstandes zur Untersuchung des Einflusses von Additiven auf die Blasengrößenverteilung**



Dest. Wasser  
 $\sigma = 72 \text{ mN/m}$   
 $t_{\text{koal}} = 10 \text{ ms}$



Salzzusatz: Natriumsulfat  
 $c = 0.4 \text{ mol/l}$   
 $\sigma = 74 \text{ mN/m}$   
 $t_{\text{koal}} = 20 \text{ s}$  (Drogaris)  
 Annähernd Koaleszenzgehemmt



Tensidzusatz: Tween 20  
 $c = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ mol/l}$   
 $\sigma = 40 \text{ mN/m}$   
 Koaleszenzgehemmt

**Abb. 9.13 Strömungsbilder bei unterschiedlichen Additiven,  $j_L = 0.2 \text{ m/s}$ ,  $j_G = 0.2 \text{ m/s}$ , 1.2 m von Eindüsung entfernt**